

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DES MODES DE RAYONNEMENT ACOUSTIQUE D'UNE STRUCTURE

THÈSE N° 2392 (2001)

PRÉSENTÉE AU DÉPARTEMENT D'ÉLECTRICITÉ

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES TECHNIQUES

PAR

Olivier SCHEVIN

DEA d'acoustique et dynamique des écoulements instationnaires, Université P. Sabatier, Toulouse, France
de nationalité française

acceptée sur proposition du jury:

Prof. M. Rossi, directeur de thèse
M. P. Boss, rapporteur
Dr P. Herzog, rapporteur
Prof. C. Lesueur, rapporteur
Prof. J.-J. Simond, rapporteur

Lausanne, EPFL
2001

Version abrégée

Les bruits émis par les multiples installations industrielles qui nous entourent dans la vie courante sont de plus en plus considérés comme une pollution de l'environnement. Les normes définissant le niveau sonore tolérable pour chacune de ces sources de bruit sont régulièrement remises en question et leurs respects devient progressivement une contrainte supplémentaire pour les constructeurs. Ces dernières décennies ont connues un développement croissant des moyens mis en oeuvre pour lutter contre ces nuisances sonores. La grande diversité des bruits perçus comme désagréables a contribué à l'augmentation progressive de la spécificité et de l'efficacité des solutions proposées pour atténuer les nuisances.

Pour certaines applications, les solutions passives, basées sur l'utilisation de matériaux capables d'absorber ou de dévier les ondes acoustiques ou vibratoires, ont progressivement été concurrencées par des solutions « actives », basées sur la production d'une onde acoustique qui s'oppose à l'onde nuisible générée par la source de bruit. Les transformateurs de puissance figurent parmi ces cas où les solutions passives (murs antibruit) s'avèrent coûteuses et peu efficaces, notamment en basse fréquence. De plus, les caractéristiques du bruit émis par les transformateurs (bruit de raie basse fréquence) sont telles qu'ils se prêtent particulièrement bien à l'implémentation d'une solution active. Typiquement, un système de contrôle actif dédié aux transformateurs (de type *feedforward*) est constitué d'actuateurs, chargés de générer le contre-bruit et généralement disposés à proximité de la cuve, de capteurs, dont le rôle est de mesurer l'atténuation obtenue et de fournir un signal de référence, et d'un contrôleur destiné à piloter les actuateurs en fonction de l'information collectée par les capteurs.

Les capteurs, lorsque ceux-ci sont des microphones, sont d'ordinaire déportés à une certaine distance de la source de bruit, de manière à ce qu'ils captent une pression acoustique représentative du bruit qui s'est effectivement propagé à grande distance. Le voisinage direct de la source peut être le siège de phénomènes acoustiques locaux, qui ne se propagent pas à grande distance. De ce fait, un microphone placé à proximité de la source de bruit peut alors capter une pression acoustique qui ne reflète pas nécessairement celle qui existe effectivement à plus grande distance, où l'on cherche justement à réduire le bruit. Ces phénomènes, fréquemment regroupés sous le terme de « champ proche » tendent à dégrader les performances du système de contrôle, du fait que le contrôleur cherche dans ce cas à réduire une pression acoustique qui n'est pas représentative du bruit à atténuer. En pratique, l'importante quantité de câblage nécessaire qui résulte de la disposition des microphones en champ lointain se répercute de manière non négligeable sur le coût du système. L'éventualité de pouvoir rapprocher les capteurs de la source est suffisamment avantageuse pour envisager d'en étudier la faisabilité et les conséquences.

L'approche envisagée consiste à représenter le champ primaire rayonné par une structure vibrante sous la forme d'un ensemble de « modes de rayonnement acoustique ». L'utilisation des modes de rayonnement pour caractériser le comportement d'une structure vibrante a suscité un intérêt croissant depuis le début des années 90, particulièrement pour des applications dans le domaine du contrôle actif. En général, cette approche consiste à représenter la puissance rayonnée par un ensemble de répartitions de vitesse sur la surface, appelées modes de rayonnement, et qui ont la propriété de rayonner indépendamment les uns des autres. Les modes de rayonnement résultent de la diagonalisation d'une forme discrète d'un opérateur de rayonnement. Nous nous proposons ici d'étudier les conséquences du rapprochement des microphones sur les modes de rayonnement d'une structure. Nous étudierons comment le champ acoustique évolue avec la distance et comment celle-ci peut être exploitée pour parvenir à un modèle dont la complexité est adaptée à cette distance d'observation.

Summary

Noise radiated by different industrial structures that surround us in daily life are more and more considered as environmental pollution. Standards defining a tolerable sound level for each of these noise sources are regularly called into question and respecting them becomes an additional constraint for manufacturers. The last decades have seen the increasing development of means used to fight these noise disturbances. The wide diversity of noises perceived as harmful has contributed to the progressive increase in specificity and efficiency of solutions proposed to reduce the disturbances.

For some applications, passive solutions, based on the use of materials capable of absorbing or deviating acoustic or vibratory waves, have progressively been replaced by « active » solutions, based on the generation of an acoustic wave of opposite phase to the disturbing one radiated by the noise source. Power transformers are sources for which passive solutions (anti-noise walls) are usually expensive and not very efficient, particularly at low frequency. Furthermore, characteristics of noise radiated by transformers (low frequency tone noise) are such that they are particularly well suited for the implementation of an active solution. Typically, an active control system dedicated to transformers (feedforward) is composed of actuators, used to generate the anti-noise and usually located near the tank, sensors, used to measure the attenuation obtained and to provide a reference signal, and a controller used to drive the actuators as a function of the information collected by the sensors.

When the sensors are microphones, they are usually moved away from the noise source, in such a way that they pick up acoustic pressure that is representative of the noise propagated far away. In the vicinity of the source, local acoustic phenomena can occur which are not propagated far away. A microphone located near the noise source would therefore pick up an acoustic pressure that did not necessarily represent the one that effectively exists far away, the area where we are in fact seeking to reduce the noise. These phenomena, frequently grouped under the term « nearfield » tend to decrease the performance of the control system, owing to the fact that the controller seeks in this case to reduce an acoustic pressure which is not representative of the noise to be reduced. In practice, the significant amount of wiring required as a result of the positioning of the microphones in the far field, has a non-negligible effect on the cost of the system. The possibility of bringing the sensors closer to the source is sufficiently advantageous to envisage to studying the feasibility and the resulting consequences.

The present approach consists in representing the primary field radiated by a vibrating structure in terms of a set of « acoustic radiation modes ». The use of radiation modes to characterise the behaviour of a structure has received increasing attention since the beginning of 90's, especially for active control applications. Usually, this approach consists in representing the radiated power in terms of a set of surface velocity distributions, called radiation modes, that have the property of radiating independently of each other. Radiation modes result from diagonalization of a discrete expression of the radiation operator. We propose here to study the consequences on the radiation modes of a structure from bringing the microphones closer to it. We will study how the acoustic field varies with the distance and how this can be used to obtain a model, the complexity of which is adapted to the observation distance.

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire ont été réalisés à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), au sein du Laboratoire d'Electromagnétisme et d'Acoustique (LEMA), dans le cadre du projet européen ATQ. Je voudrais profiter de l'occasion qui m'est offerte pour exprimer ma reconnaissance à toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à la réalisation de ce travail.

Je tiens tout d'abord à remercier vivement la Commission pour la Technologie et l'Innovation (CTI) et le PSEL pour leur soutien financier, sans lesquels cette thèse n'aurait pas pu être réalisée.

Je remercie les partenaires du projet ATQ : La société ABB Sécheron (Genève), la société QuietPower (New York), et les trois compagnies d'électricité Sydkraft (Suède), Electrabel (Belgique) et le Service d'Electricité de Lausanne, pour leur disponibilité et leur participation active au projet.

Toute ma gratitude à Prof. Philippe Robert, Prof. Mario Rossi, M. Pierre Boss, Dr. Philippe Herzog, Prof. Claude Lesueur et Prof. Jean-Jacques Simond, qui ont gentiment accepté de faire partie de mon jury et qui ont eu la lourde tâche de lire la thèse et de rédiger un rapport.

Je remercie également Mario Rossi, pour m'avoir donné les moyens d'effectuer mon travail de thèse, pour m'avoir immédiatement accordé sa confiance, et pour m'avoir laissé une grande autonomie.

Je remercie chaleureusement l'équipe ATQ de la société ABB Sécheron, Pierre Boss, Pierre Lorin et Thomas Horst, pour leur sympathie, la motivation et le dynamisme qu'ils ont su transmettre à toutes les personnes du projet, mais aussi pour les bons moments passés avec eux dans les sous-stations, un accéléromètre à la main, par zéro degré. Je leur suis également très reconnaissant pour m'avoir préservé de la pression et des contraintes industrielles, ce qui m'a permis de réaliser ce travail de recherche dans de bonnes conditions.

J'ai une pensée pour les gens du LEMA, encore présents ou déjà passés, et particulièrement pour ceux et celles qui ont la mauvaise habitude de boire du café chez Roro (for president!) à longueur de journée, et qui ont contribué à rendre ces quatre années très agréables.

Et enfin, je remercie très sincèrement celui qui prétend que l'on a pas besoin d'être fou pour travailler ici mais que ça aide, Philippe Herzog, détaché du CNRS pour les trois années du projet et responsable scientifique de mon travail. J'ai été particulièrement sensible à ses qualités humaines, sa simplicité, son humilité, et à son approche passionnante et intègre de la science. Que dire de plus sinon que j'estime avoir eu beaucoup de chance d'être « tombé » sur lui, toutes nos discussions (~ 500 mots/minute), ses explications « avec les mains », son humour, sa passion vouée aux mouches, font que j'ai passé trois années très enrichissantes à tous points de vue.

Pour terminer, je n'oublie pas ma famille et mes proches qui ont contribué, simplement parce qu'ils sont là, à la réalisation et à l'aboutissement de ce travail.

Table des matières

Introduction	7
1 Situation du problème et bibliographie	9
1.1 Description qualitative du phénomène	9
1.2 Méthodes de décomposition modale du champ acoustique	13
1.3 Contrôle actif des transformateurs de puissance	17
1.4 Le projet ATQ (<i>Active Transformer Quieting</i>)	20
1.5 Approche adoptée	21
2 Simplification du champ acoustique avec la distance	25
2.1 Formulation analytique du problème extérieur	25
2.1.1 Géométrie et équations	26
2.1.2 Aspects énergétiques	28
2.1.3 Décomposition modale de l'opérateur de rayonnement	33
2.2 Géométrie et discrétisation	35
2.2.1 Surface source	36
2.2.2 Surface d'observation	39
2.3 Formulation discrète du problème	42
2.4 Expression de la puissance rayonnée	43
2.4.1 Puissance de référence	44
2.4.2 Estimateur de la puissance rayonnée	46
2.5 Représentation modale du problème de rayonnement	47
2.5.1 Puissance de référence	48
2.5.2 Estimateur de la puissance rayonnée	50
2.6 Estimation du nombre de degrés de liberté nécessaire	54
2.7 Filtrage spatial de la répartition de vitesse	56
2.8 Précision du champ de pression simplifié	58
3 Analyse et validation numérique préliminaires	61
3.1 Géométrie du problème	61
3.1.1 Maillage régulier	62
3.1.2 Maillage irrégulier	63
3.2 Phénomènes indépendants de la déformée	64
3.2.1 Maillage de la surface source	65
3.2.2 Maillage de la surface d'observation	69
3.2.3 Taille et forme de la source	72
4 Analyse des phénomènes liés à la distance d'observation	81
4.1 Comportement des modes de rayonnement en fonction de la distance	81
4.2 Analyse d'une structure plane bafflée	86
4.2.1 Description des déformées étudiées	87

4.2.2	Analyse des termes de la décomposition	91
4.2.3	Sélection des degrés de liberté nécessaires	100
4.2.4	Performances du modèle simplifié	104
4.2.5	Influence de la géométrie de la surface d'observation	107
4.3	Analyse de la cuve d'un transformateur	108
4.3.1	Caractéristiques du transformateur	108
4.3.2	Maillage et déformée de la cuve	110
4.3.3	Choix et maillages des surfaces d'observation	112
4.3.4	Décomposition modale du champ acoustique	114
Conclusion et perspectives		121
A La décomposition en valeurs singulières		125
B Structure des modes de rayonnement d'une source plane		127
C Structure des modes de rayonnement du transformateur		129
Bibliographie		131

Introduction

Les bruits émis par les multiples installations industrielles qui nous entourent dans la vie courante sont de plus en plus considérés comme une pollution de l'environnement. Les normes définissant le niveau sonore tolérable pour chacune de ces sources de bruit sont régulièrement remises en question et leurs respects devient progressivement une contrainte supplémentaire pour les constructeurs. Lorsque cela est possible, les spécifications « bruit et vibrations » sont directement intégrées au cahier des charges initial, la machine est alors conçue pour ne pas dépasser le niveau sonore imposé par la norme. Il existe cependant de nombreux cas où il n'est pas possible de résoudre le problème en amont. Un bâtiment déjà construit ne respectant plus les normes d'isolation au bruit extérieur, une machine coûteuse, en fonctionnement depuis plusieurs années et dont la durée de vie est élevée, sont des exemples où il est parfois plus rentable de réaliser une correction acoustique a posteriori.

Deux types de solutions sont alors envisageables pour atténuer le niveau de bruit émis par une machine. La solution « passive », qui n'introduit par principe aucune énergie supplémentaire dans le système, est basée sur l'utilisation de matériaux capables d'absorber ou de dévier les ondes acoustiques ou vibratoires. Le recours à ce type de solution s'avère en général efficace pour atténuer les fréquences élevées mais en revanche, les performances aux basses fréquences sont souvent insuffisantes et coûteuses à mettre en oeuvre. La dernière décennie a connu l'apparition d'une seconde catégorie de solution : le « contrôle actif » du bruit. Son principe, connu depuis plus de soixante ans, repose sur la production d'une onde acoustique qui s'oppose à l'onde nuisible générée par la machine. Ce genre de dispositif est particulièrement efficace en basse fréquence et sur les bruits de raie, caractéristiques des machines tournantes et des installations électriques. L'étude présentée dans ce mémoire concerne le contrôle actif du bruit.

Un système de contrôle actif est constitué d'actuateurs (acoustiques ou mécaniques), chargés de générer le champ acoustique secondaire (contre-bruit), de capteurs (acoustiques ou mécaniques), dont le rôle est de mesurer l'atténuation obtenue et de fournir une référence à un système de type « *feedforward* », et d'un contrôleur destiné à piloter les actuateurs en fonction de l'information collectée par les capteurs. Le contrôle peut être réalisé « à la source » auquel cas les actuateurs sont placés le plus proche possible de la surface émissive, de manière à favoriser le couplage avec le champ primaire. Cette approche permet d'envisager un contrôle « global » du champ acoustique dans toutes les directions, sans toutefois exclure la faisabilité d'un contrôle « directif ». Il peut également être réalisé à plus grande distance, cette configuration ne permet cependant pas en pratique de contrôler le champ acoustique dans toutes les directions. La présente thèse concerne le contrôle actif à la source en milieu extérieur.

Les capteurs, lorsque ceux-ci sont des microphones, sont d'ordinaire déportés à une certaine distance de la source de bruit, de manière à ce qu'ils captent une pression acoustique représentative du bruit qui s'est effectivement propagé à grande distance. Le voisinage direct de la source peut être le siège de phénomènes acoustiques locaux, qui ne se propagent pas à grande distance. De ce fait, un microphone placé à proximité de la source de bruit peut alors capter

une pression acoustique qui ne reflète pas nécessairement celle qui existe effectivement à plus grande distance, où l'on cherche justement à réduire le bruit. Ces phénomènes, fréquemment regroupés sous le terme de « champ proche » tendent à dégrader les performances du système de contrôle, du fait que le contrôleur cherche dans ce cas à réduire une pression acoustique qui n'est pas représentative du bruit à atténuer. En pratique, l'importante quantité de câblage nécessaire qui résulte de la disposition des microphones en champ lointain se répercute de manière non négligeable sur le coût du système. L'éventualité de pouvoir rapprocher les capteurs de la source est suffisamment avantageuse pour envisager d'en étudier la faisabilité et les conséquences. Ce dernier point constitue la partie la plus originale de ce travail.

Hormis les problèmes associés au contrôleur, qui ne sont pas directement du ressort de l'acoustique, la mise au point d'un système de contrôle actif consiste essentiellement à déterminer le nombre et la disposition des actuateurs et des capteurs par rapport à la source de bruit.

Cette thèse a donc pour objectif (entre autre) d'apporter des éléments de réponse aux questions suivantes :

- Quel est l'impact de la distance source-observation sur l'évolution du champ acoustique ?
- Est-il possible d'établir un lien entre les spécifications de performances planifiées et le nombre minimal d'actuateurs et de capteurs nécessaires ?
- Est-il possible de contrôler le champ lointain à partir de capteurs situés en champ proche ou autrement dit, peut-on dissocier la composante propagative de la composante non-propagative du champ acoustique ?
- Quelle stratégie de placement faut-il adopter pour exploiter au mieux un nombre réduit d'actuateurs et de capteurs, ou autrement dit, comment faut-il réaliser la discrétisation spatiale pour représenter le problème réel le plus simplement possible ?
- Peut-on clairement délimiter le champ proche et le champ lointain ?

L'approche adoptée consiste à représenter le champ primaire rayonné par une structure vibrante en milieu extérieur sous la forme d'un ensemble de « modes de rayonnement ». Nous étudierons comment le champ acoustique évolue avec la distance et comment celle-ci peut être exploitée pour parvenir à un modèle dont la complexité lui est adaptée.

Chapitre 1

Situation du problème et bibliographie

Dans la littérature, la description du champ acoustique rayonné par une structure vibrante s'appuie fréquemment sur une division du milieu de propagation en plusieurs « zones » fictives. Ainsi, par exemple, il est courant de parler de « champ proche » pour décrire le champ existant à proximité de la surface émissive et de « champ lointain » pour le décrire à plus grande distance. La délimitation de l'espace en différentes zones traduit le fait que la structure du champ acoustique évolue lorsqu'il quitte la surface émissive et s'éloigne de celle-ci. Cependant, la façon dont évolue le champ acoustique au sein de ces zones est peu connue et tend à dépendre de nombreux facteurs. La distance d'observation, distance séparant la source du point où le champ est observé, est un facteur déterminant de cette évolution. C'est essentiellement son influence qui est étudiée dans ce mémoire.

Dans un premier temps, une interprétation qualitative de l'évolution du champ acoustique avec la distance est proposée, afin de montrer en quoi sa prise en compte peut être utilisée pour l'obtention d'un modèle simplifié du champ acoustique. Puis, un bilan non exhaustif des travaux se rapprochant du sujet traité est dressé afin de situer l'approche de cette thèse par rapport aux autres. Un paragraphe est également consacré à une brève présentation du projet au sein duquel a pu être réalisé ce travail de recherche.

1.1 Description qualitative du phénomène

La vibration en flexion d'une structure donne naissance à un champ de pression acoustique dans tout l'espace environnant. Le mouvement de la surface émissive comprime ou détend localement les particules de fluide voisines et engendre ainsi une rupture de l'état d'équilibre du milieu. Sous cette action, ces particules se mettent à leur tour à se déplacer. L'ensemble de ces actions de compression/détente et de mouvement appliqué au fluide donne naissance à une perturbation acoustique, initiée par la vibration de la surface de la structure. Puis, cette perturbation se propage en agissant de même, de proche en proche, sur les particules de fluide voisines.

L'évolution d'une perturbation acoustique dans l'espace environnant la structure fait apparaître deux catégories majeures de phénomènes. D'une part, des phénomènes dits « propagatifs », qui participent à un transport d'énergie acoustique depuis la surface émissive jusqu'au champ lointain. D'autre part, des phénomènes « non-propagatifs », qui participent à un transport « local » d'énergie acoustique au voisinage de la surface émissive. Le terme « local » est utilisé ici pour souligner que l'énergie, une fois émise par la surface vibrante, reste confinée à proximité de celle-ci, et ne participe donc pas à un transport d'énergie vers le champ lointain. La distinction de ces deux types de phénomènes permet alors de délimiter l'espace environnant en deux zones distinctes. Le champ proche est une zone qui s'étend de la surface de la source jusqu'à une certaine distance dans le milieu fluide environnant, et qui est caractérisée par la coexistence des

phénomènes propagatifs et non-propagatifs. Le champ lointain est la zone qui succède spatialement à la précédente, elle s'étend jusqu'à l'infini, et est caractérisée par la seule présence des phénomènes propagatifs.

La « distance d'observation », telle que nous l'introduisons ici, correspond à la distance séparant la surface émissive d'un point de l'espace où le champ acoustique est observé. Compte tenu des propos précédents, la nature des phénomènes observables va dépendre de la position du point d'observation par rapport à la source, et donc de la distance d'observation. Cette dépendance à la distance, illustrée schématiquement par la figure 1.1, permet d'introduire la notion « d'échelle d'observation » d'un phénomène acoustique. Au voisinage de la surface du corps émissif, le champ

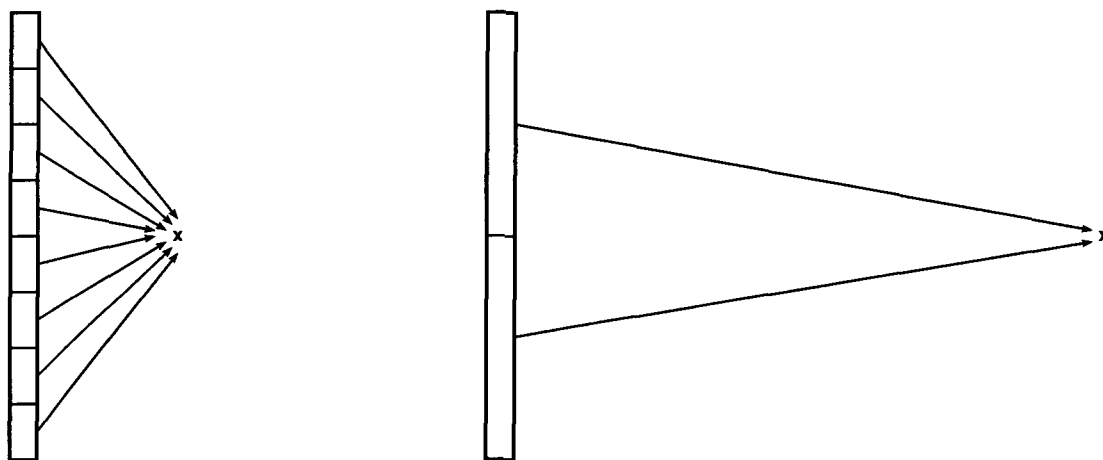


FIG. 1.1 – Echelle d'observation d'un phénomène acoustique.

acoustique est gouverné par de nombreux phénomènes locaux tels que des détails géométriques de la structure ou encore des petites irrégularités spatiales de la déformée vibratoire. Autrement dit à faible distance, chaque parcelle de la surface de la structure joue un rôle non négligeable. Il en résulte un champ de pression qui a tendance à présenter de fortes variations spatiales et de nombreux extrema locaux. Lorsque la distance d'observation augmente, la contribution des phénomènes de petite échelle devient progressivement négligeable. Le champ acoustique est alors gouverné par des portions de surface plus étendues, se traduisant ainsi par un comportement plus homogène et plus régulier. Tout se passe comme si à proximité de la structure, la surface émissive était divisée en un grand nombre de petites parcelles rayonnantes alors qu'à plus grande distance elle serait divisée en un petit nombre de grandes parcelles. L'importance du détail tend à disparaître progressivement lorsque l'échelle d'observation augmente. Puis, au-delà d'une certaine distance, le champ acoustique parvient à sa structure définitive, le nombre et la disposition des lobes de directivité n'évoluent plus, seule la décroissance géométrique en $1/r$ se poursuit, ces caractéristiques correspondent à celle du champ lointain. Cette description très simplifiée avait pour but d'introduire une première approche des notions de distance et d'échelle d'observation des phénomènes, notions qui seront plus amplement décrites par la suite et fréquemment utilisées tout au long de ce rapport.

Afin de décrire plus précisément les caractéristiques énergétiques des deux types de phénomènes acoustiques introduits précédemment, nous considérons une surface fictive entourant totalement la source. Cette surface est un support à l'observation des phénomènes, ainsi pour chaque point appartenant à cette surface, nous supposons que nous pouvons observer la pression acoustique et la vitesse particulière. Supposons également, dans un premier temps, que cette surface d'observation est située en champ proche de la source. Nous avons vu auparavant que

cette zone était caractérisée par une coexistence de phénomènes propagatifs et non-propagatifs. La figure 1.2 schématise les différents phénomènes présents.

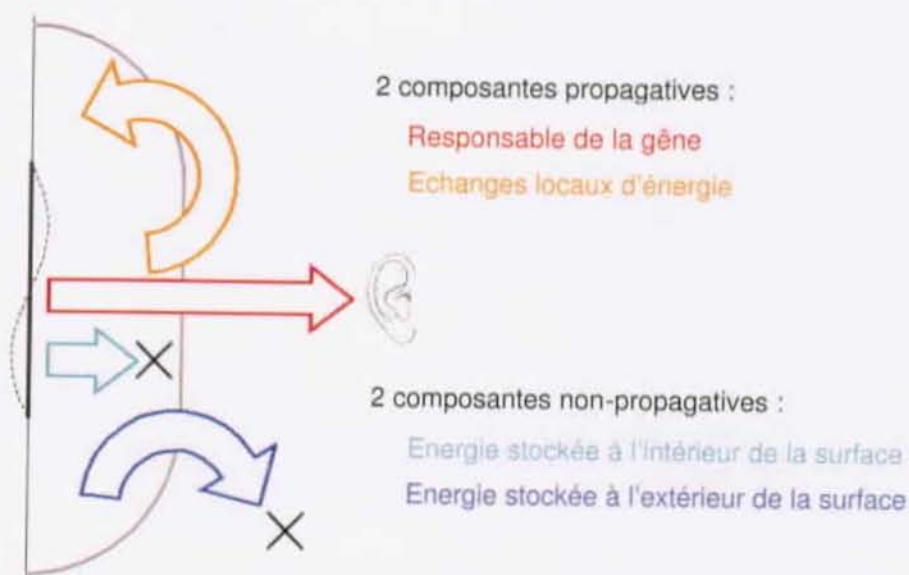


FIG. 1.2 – Les différentes composantes du champ acoustique.

Du fait de leur présence en champ lointain, les phénomènes propagatifs, tout au moins une partie d'entre eux, traversent nécessairement la surface d'observation, sous la forme d'un flux d'énergie. Ce flux peut se diviser en deux parties ou deux composantes distinctes [38]. L'une est caractérisée par un flux « sortant » de la surface d'observation et poursuivant sa propagation vers le champ lointain. Cette composante du flux, si elle est intégrée sur la surface totale (d'observation) et moyennée dans le temps, nous donne la puissance active rayonnée par la source. Elle correspond en général à la grandeur qu'un système de contrôle actif cherche à atténuer dans un problème de rayonnement extérieur, du fait qu'elle est responsable du bruit perçu à grande distance. L'autre composante est caractérisée par un flux qui sort à un endroit de la surface d'observation, mais qui rentre à nouveau à un autre endroit de la surface. Cette composante du flux est nulle si elle est intégrée sur la surface totale, elle ne contribue pas à un transport net d'énergie vers le champ lointain, mais participe à un transport d'énergie entre différentes zones situées à proximité de la source. Cette composante n'apparaîtrait pas si la surface d'observation était placée à grande distance de la source, seule apparaîtrait la composante associée au flux sortant. Les phénomènes propagatifs sont donc divisés en une composante qui se propage vers le champ lointain et une composante qui se manifeste par un phénomène de circulation d'énergie qui reste localisé au voisinage de la source.

De la même manière, les phénomènes non-propagatifs peuvent se scinder en deux composantes distinctes mais de même nature [38]. Une partie seulement des phénomènes non-propagatifs traversent la surface d'observation, si toutefois celle-ci est située suffisamment près de la source. La première composante correspond donc à un flux d'énergie sortant de la surface d'observation mais, à la différence du flux sortant associé aux phénomènes propagatifs, ce flux ne poursuit pas sa propagation vers le champ lointain, l'énergie qui a traversé la surface est « stockée » un peu plus loin au-delà, mais toujours à proximité de la source. L'autre composante correspond à l'énergie qui est stockée dans le volume compris entre la surface de la source et la surface d'observation. Si la surface d'observation était placée à grande distance de la source, la composante associée au

flux disparaîtrait au bénéfice de l'autre composante. Ces deux composantes sont de même nature et leur somme correspond à la puissance réactive délivrée par la source. Les phénomènes non-propagatifs sont fréquemment appelés phénomènes « évanescents » ou phénomènes « réactifs », du fait qu'ils tendent à disparaître rapidement lorsque l'on s'éloigne de la source.

Ces différentes distinctions, fréquemment rencontrées dans la littérature, illustrent la grande variété des critères de champ proche possibles, et reflètent la difficulté de définir et de délimiter cette zone. Si nous récapitulons, les différentes composantes introduites précédemment sont au nombre de quatre. Seulement l'une d'entre elles participe à un transport d'énergie vers le champ lointain, les trois autres participent à un transport et un stockage d'énergie au voisinage de la source. Le champ proche possède donc plusieurs traits distinctifs, il correspond à une zone de l'espace où :

- de l'énergie est stockée,
- il peut exister une circulation locale d'énergie,
- la décroissance géométrique du champ acoustique n'est pas en $1/r$,
- la directivité de la source varie en fonction de la distance d'observation.

La présence d'un ou plusieurs de ces traits caractéristiques dénote une situation de champ proche. Du fait que la puissance active décrit un transfert d'énergie, le flux en question est par conséquent présent partout dans l'espace. Il est le seul présent en champ lointain, mais en champ proche il coexiste avec les phénomènes énergétiques locaux décrits auparavant. L'hypothèse de simplification du champ acoustique avec la distance repose donc sur le fait que seulement une fraction de l'énergie acoustique possède une aptitude à se propager à grande distance.

Dans de nombreux problèmes de contrôle actif en milieu extérieur, la connaissance du champ de pression rayonné par une structure n'est pas nécessaire dans tout l'espace mais seulement au-delà d'une certaine distance. En effet, dans la plupart des cas, l'équipement à l'origine des nuisances sonores est suffisamment éloigné des zones à contrôler, qui se trouvent donc dans une situation voisine du champ lointain. Le placement de microphones dans ces zones, associé à l'utilisation d'un algorithme de minimisation des carrés de pression est une stratégie qui suffit potentiellement à atténuer la puissance active rayonnée, proportionnelle dans ce cas aux carrés des pressions mesurées.

L'installation de contrôle étant généralement basée à proximité de la source à traiter, cette stratégie présente en pratique l'inconvénient de nécessiter une importante longueur de câble pour relier les microphones, qui peuvent être déportés à plusieurs dizaines de mètres. Une telle configuration peut conduire à un coût élevé pour une robustesse qui n'est pas garantie, du fait de la médiocrité du rapport signal sur bruit. En effet, les microphones, lorsqu'ils sont disposés à une distance importante de la source, captent non seulement le bruit émis par celle-ci, mais aussi d'éventuelles sources de bruits environnantes, stables (autres installations bruyantes) ou passagères (passage d'une voiture, d'un avion, bruit du vent, *etc.*), qui tendent à masquer le bruit à traiter.

L'idée de pouvoir rapprocher les capteurs plus près de la source de bruit paraît alors être une solution séduisante pour augmenter le rapport signal sur bruit et résoudre le problème de câblage. Une telle configuration nécessite alors de pouvoir contrôler le champ acoustique dans une zone de l'espace dépourvue de capteurs, à partir de capteurs placés dans une zone où coexistent

une composante propagative et une composante non-propagative du champ acoustique. Du fait de l'omniprésence du flux d'énergie propagatif, cette approche ne semble pas être physiquement irréalisable, à la condition de parvenir à séparer la composante active du reste, et à ne traiter que celle-ci.

Le choix d'une solution active est dans la plupart des cas une alternative à la solution passive lorsqu'il s'agit d'un problème basse fréquence. En pratique, une solution active présente un intérêt seulement si son rapport performance/prix est au minimum égal à celui de la solution passive. La maîtrise du coût et des performances sont donc des aspects primordiaux qui doivent être intégrés dans la conception d'une installation. Hormis le coût de l'électronique de contrôle, le prix d'une installation de contrôle actif est en grande partie lié au nombre de voies d'actuateurs et de capteurs, chacune d'elle comportant de l'électronique d'amplification et du câblage. Les performances (atténuation de la puissance active par exemple) étant croissantes avec le nombre de voies, il paraît alors judicieux d'adopter une démarche cherchant à établir le lien entre les performances attendues et le nombre de voies nécessaire pour y parvenir. La démarche peut se résumer par cette question : « nous avons besoin de réduire la puissance rayonnée de 5 dB (et pas plus), combien d'actuateurs et de capteurs seront nécessaires ? ».

Pour un nombre de voies d'actuateurs et de capteurs fixé, les performances du système se trouvent être étroitement liées à leurs dispositions dans l'espace. En effet, le bon fonctionnement du système nécessite qu'il soit capable de « voir » et « agir » sur la composante du champ acoustique à contrôler. Dans le cas d'un contrôle global du champ lointain par exemple, pour compenser l'impossibilité pratique de répartir des microphones dans toutes les directions, il est nécessaire que les capteurs soient disposés de telle manière qu'ils puissent rendre compte au mieux du champ de pression dans toutes les directions. De même, les haut-parleurs doivent non seulement être placés le plus proche possible de la surface émissive, mais ils doivent également être placés de telle manière qu'ils puissent agir efficacement sur le flux d'énergie acoustique. Toute la difficulté réside donc dans l'échantillonnage de l'espace qui doit se concentrer au maximum où l'information est présente et pertinente.

La « distance » d'observation, introduite précédemment, n'a de sens que si elle est comparée à la longueur d'onde acoustique λ et à la dimension caractéristique de la source. Ainsi par exemple, un point est dit à proximité de la source, si la distance le séparant de la source est petite par rapport à la taille de la source et à λ . Dans ce mémoire, nous considérerons dans la plupart des cas que la distance est rapportée à l'une ou l'autre de ces grandeurs.

1.2 Méthodes de décomposition modale du champ acoustique

L'approche modale consiste à formuler le problème de rayonnement en milieu extérieur sous la forme d'un problème aux valeurs propres. Typiquement, une telle formulation met en relation deux grandeurs acoustiques par l'intermédiaire d'un « opérateur de rayonnement ». La décomposition modale de cet opérateur fait apparaître une ou deux matrices de passage (suivant la nature du problème) vers une base orthonormée, et un ensemble de valeurs propres. Ainsi, il est possible d'exprimer le rayonnement d'une structure sous la forme de « modes de rayonnement », qui ont la propriété de rayonner indépendamment les uns des autres. Cette indépendance signifie que le rayonnement d'un mode ne modifie pas celui des autres modes, la puissance totale rayonnée par un ensemble de modes est alors dans ce cas égale à la somme des contributions de chacun d'eux. Ce n'est pas le cas par exemple des modes de structure, où la puissance totale rayonnée est dans ce cas égale à une somme, composée d'une part de termes décrivant la contribution individuelle

de chaque mode, et d'autre part de termes additionnels décrivant l'interaction (couplage) entre chaque mode.

Les différentes approches rencontrées dans la littérature sont brièvement décrites ci-dessous, afin de mettre en évidence leurs particularités, leurs avantages et inconvénients. La plupart des auteurs ayant publié sur le sujet s'intéressent à la relation entre une distribution de vitesse normale sur la surface d'une structure et l'énergie acoustique qui parvient au champ lointain.

Borgiotti [6] semble être un des premiers, à la fin des années 80, à avoir utilisé cette approche dans un problème de rayonnement acoustique en milieu extérieur. En champ lointain et dans un secteur angulaire fixé, il utilise une expression discrète de l'intégrale de Helmholtz sous une forme asymptotique pour calculer le champ de pression et en déduire une expression de la puissance rayonnée. La diagonalisation de l'opérateur de rayonnement, obtenue par une décomposition en valeurs singulières, conduit à une représentation modale de la distribution de vitesse normale de la source et du champ lointain associé. Du fait de leur propriété d'orthogonalité, les modes de la source, appelés « *singular velocity patterns* », rayonnent indépendamment les uns des autres. L'importance de la contribution d'un mode dépend de sa valeur propre associée, qu'il interprète comme étant « l'efficacité de rayonnement ». L'allure du spectre des valeurs propres observé (plateau suivi d'une rapide décroissance) l'amène à diviser la distribution de vitesse normale de la source en une composante propagative et une composante non-propagative. La conservation des modes associés aux valeurs propres les plus élevées suffit alors pour estimer le champ de pression lointain et la puissance rayonnée. Il assimile cette opération de troncature à un « filtrage spatial » de la distribution de vitesse normale de la source.

En pratique, l'approche de Borgiotti est difficile à adapter au contrôle actif, du fait de la médiocrité du rapport signal sur bruit lorsque les microphones sont placés en champ lointain. Une alternative est proposée par Sarkissian [52], qui part d'une formulation de la puissance rayonnée basée uniquement sur des grandeurs acoustiques localisées sur la surface de la structure (pression pariétale et vitesse normale). L'opérateur de rayonnement, qui dans ce cas n'est autre que la résistance de surface, est réel et symétrique, et par conséquent sa diagonalisation ne nécessite plus un recours à la décomposition en valeurs singulières. Les formulations de Borgiotti et Sarkissian expriment toutes les deux la puissance rayonnée mais d'une manière différente, les modes de rayonnement qui en résultent sont de ce fait identiques.

Borgiotti et Rosen [9] parviennent à une amélioration de la formulation utilisée dans [6] qui a pour but de contourner l'inconvénient pratique du placement des microphones en champ lointain. Leur formulation repose sur l'hypothèse qu'au-delà du champ très proche où les phénomènes évanescents sont prédominants, le nombre de degrés de liberté du champ proche est approximativement le même que celui du champ lointain. Dans un premier temps, le champ de pression est mesuré en un certain nombre de points autour de la source, à une distance égale à environ deux longueurs d'onde acoustique, distance à laquelle le champ évanescent tend à devenir négligeable. Une distribution monopolaire est obtenue sur une surface (fictive) convexe située le plus proche possible de la surface source par résolution du problème inverse, régularisé en ayant recours à la décomposition en valeurs singulières. Puis, le champ lointain en un nombre fini de points est estimé à partir de la distribution monopolaire précédemment obtenue. L'utilisation d'une formulation basée simplement sur une superposition de monopôles rayonnant en espace illimité ne permet pas de prendre en compte les effets dus à la présence du corps vibrant. Cette approche permet donc de calculer le champ lointain mais ne permet pas en pratique de calculer le champ secondaire d'un système de contrôle actif.

Naghshineh et Koopmann [46] reprennent la formulation de la puissance rayonnée en champ

lointain proposée par Sarkissian [52] et l'adaptent à l'élaboration d'une stratégie de contrôle actif structural. Cette stratégie est assimilable à un procédé de filtrage spatial de la distribution de vitesse de la surface source, filtrage qui permet de contrôler uniquement les composantes se traduisant par de la puissance rayonnée. Ils proposent également une stratégie de placement des actuateurs reposant sur l'hypothèse que les modes de rayonnement, appelés ici « *basis functions* », sont quasi-indépendants de la fréquence. Les actuateurs structuraux sont alors placés sur les ventres du mode de rayonnement d'ordre le plus élevé conservé par le filtrage. Bien que cette stratégie de placement des actuateurs ne soit pas optimale, elle s'avère cependant nettement plus efficace qu'une stratégie basée sur le placement des actuateurs sur les ventres des modes de structure. Le choix du placement des capteurs de vibration à intervalles réguliers sur la surface émissive semble être une stratégie qui nécessite un nombre de capteurs réduit et qui suffit à extraire les coefficients de couplage (« *coupling coefficients* ») des quelques modes rayonnants. Cette approche est appliquée au cas d'une poutre bafflée. L'utilisation de six actuateurs et de huit capteurs permet une atténuation de la puissance rayonnée supérieure à 30 dB dans l'intervalle de fréquence 150-1000 Hz.

Elliott et Johnson [24] comparent deux formulations de la puissance rayonnée : l'une basée sur l'amplitude des modes de structure, et l'autre, sur la vitesse d'un ensemble d'éléments rayonnants sur la surface de la structure. Cette dernière correspond à celle utilisée dans [52, 46]. Ces deux formulations peuvent être utilisées pour décrire la puissance rayonnée sous la forme d'un ensemble de distributions de vitesse sur la surface de la structure, et dont la puissance rayonnée par chacune d'elle est indépendante de l'amplitude des autres distributions de vitesse. Ces distributions de vitesse sont appelées ici « *radiation modes* ». Ces deux formulations s'avèrent équivalentes, mais celle basée sur la déformée vibratoire de la structure paraît plus intéressante car elle permet de séparer le comportement acoustique de la structure de ses caractéristiques mécaniques. Ils montrent également qu'avec un nombre de capteurs égal au nombre de modes de rayonnement conservé, il est possible de mesurer et de contrôler ces modes, qui se trouvent être relativement peu nombreux en basse fréquence. La méthode de placement proposée par Naghshineh et Koopmann [46] pour le placement des actuateurs semble rejoindre celle proposée par Elliott et Johnson [24] pour le placement des capteurs, dans le sens qu'elles consistent toutes les deux à positionner les composants sur les extrema du mode de rayonnement d'ordre le plus élevé à prendre en compte dans l'estimation de la puissance rayonnée.

Toujours dans la lignée des formulations de la puissance rayonnée, Cunefare et Currey [19] proposent une étude de la convergence, de la précision et de la sensibilité de la représentation modale du champ acoustique, démarche empruntée au domaine de l'analyse dynamique des structures. Ils soulignent l'importance du choix de la représentation discrète de l'opérateur de rayonnement et de la distribution de vitesse de la surface source, et des conséquences sur la rapidité de convergence des déformées modales et des efficacités de rayonnement associées. En s'appuyant sur l'exemple du rayonnement d'une poutre, ils comparent deux méthodes de discrétisation pour l'obtention des modes de rayonnement (appelés ici « *acoustic modes* ») : l'une fondée sur l'utilisation de fonctions de base globales représentant toute la poutre, et l'autre, fondée sur la méthode des éléments de frontière, où les fonctions de base sont des polynômes définis localement sur chaque élément. Les résultats obtenus semblent montrer que la convergence est plus rapide avec la méthode des éléments de frontières, ce qui se traduit par un nombre de degrés de liberté nécessaire nettement inférieur pour parvenir à une précision donnée. Ils observent également que la convergence est plus rapide pour les modes de rayonnement associés aux valeurs propres les plus élevées et qu'elle se dégrade progressivement pour ceux associés aux valeurs propres faibles. L'étude du rayonnement de la poutre a mis en évidence, dans le cas où sa dimension caractéristique est sensiblement supérieure à la longueur d'onde acoustique, la présence d'un « plateau »

dans le spectre des valeurs propres. Ce plateau, absent à plus basse fréquence, est interprété comme étant représentatif de la présence d'une importante composante supersonique dans les modes associés aux valeurs propres du plateau. Ces observations rejoignent celles effectuées par Photiadis [49], premier à avoir comparé la décomposition en valeurs singulières à la méthode de filtrage du nombre d'onde (« *wave vector filtering* »).

Lorsque le rayonnement d'une structure est limité aux basses fréquences, le spectre des valeurs propres ne présente pas de plateau et la décroissance se trouve être très rapide. Le mode de rayonnement associé à la valeur propre la plus élevée correspond dans ce cas au mode de type monopôle et contribue en général à une grande partie de la puissance rayonnée. Johnson et Elliott [35] exploitent cette tendance pour mettre au point une stratégie de contrôle basée sur la minimisation du débit acoustique. Cette approche cherche donc à contrôler le premier mode de rayonnement, assez représentatif de la puissance rayonnée en basse fréquence. L'application à un problème de transmission à travers une surface plane bafflée est réalisée à l'aide d'un capteur distribué (PVDF), chargé de mesurer le débit acoustique, et d'un actuateur de type piezoélectrique, chargé d'appliquer une force constante sur toute la surface. L'avantage d'un tel dispositif est qu'il ne nécessite qu'un seul couple actuateur/capteur structurel étendu et écarte ainsi la difficulté du placement des composants, caractéristique des installations basées sur des capteurs et des actionneurs « ponctuels ». Ce type de dispositif demeure cependant difficile à mettre en oeuvre dans le cas de structures lourdes, pour lesquelles les forces nécessaires pour le contrôle peuvent devenir très importantes, difficile également dans le cas où la structure possède une géométrie accidentée, qui peut rendre impossible le placement des composants sur la surface. Ces deux inconvénients rendent cette approche difficilement utilisable dans le cas des transformateurs de puissance.

En revanche, Johnson et Elliott proposent une intéressante interprétation du mécanisme de contrôle, appelé « restructuration modale » (« *modal restructuring* »). Le contrôle du premier mode de rayonnement est interprété comme un déplacement des contributions des modes de structure initialement contenues dans les modes de rayonnement d'ordre peu élevé (radiateurs efficaces), vers ceux d'ordre plus élevé (radiateurs peu efficaces).

La puissance réactive n'a pas suscité un grand d'intérêt dans la littérature du fait qu'elle décrit une partie de l'énergie acoustique qui n'est pas transférée vers le champ lointain. Elle est pourtant d'une grande utilité pour la compréhension des phénomènes de rayonnement et de propagation. Chen et Ginsberg [14] et Chen [13] ont proposé une formulation basée sur l'expression de la puissance totale, obtenue à partir de la pression et de la vitesse sur la surface. La puissance est dans ce cas une grandeur complexe, dont la partie réelle correspond à la puissance rayonnée en champ lointain, et dont la partie imaginaire correspond à la puissance réactive délivrée par la source. L'analyse de la partie réelle et de la partie imaginaire conduit à deux problèmes aux valeurs propres. Le premier problème est équivalent à celui employé par la plupart des auteurs mentionnés précédemment et le second provient de la prise en compte de la composante réactive de la puissance. Les deux représentations modales conduisent à deux types de modes de rayonnement, les uns de type « vitesse » et les autres de type « pression pariétale ». Les auteurs montrent que si les modes sont normalisés tels que la puissance réactive soit unitaire, la valeur absolue de chaque valeur propre est alors représentative de la puissance rayonnée par le mode correspondant, et le signe de chaque valeur propre précise si la partie réactive de l'impédance de surface du mode correspond à un comportement de type « masse » ou de type « ressort ». De plus, l'inverse de chaque valeur propre se trouve être représentative du déphasage entre un mode de vitesse et son mode de pression correspondant. Ainsi, les modes propagatifs sont caractérisés par un déphasage faible entre vitesse et pression alors que les modes non-propagatifs ou évanescents sont caractérisés par un déphasage plus important.

En pratique, il ne semble pas y avoir d'obstacle à l'utilisation de cette formulation pour une application de contrôle actif, bien qu'à ce jour rien ne semble avoir été publié sur le sujet. La seule différence avec la formulation précédente se trouve dans la matrice d'impédance de surface, qui est ici complexe. Bobrovnikskii [4] propose à ce sujet une intéressante description du lien entre l'impédance de rayonnement et la puissance complexe.

1.3 Contrôle actif des transformateurs de puissance

Le bruit des transformateurs de puissance [16, 53, 1, 43], bourdonnement sourd et constant face auquel la lutte passive s'est avérée insuffisante, est depuis longtemps perçu comme une gêne par les riverains de ce genre d'installations. Les années 50 ont connu l'apparition d'un nouveau type de solution basé sur des techniques actives. De nombreuses équipes scientifiques se sont intéressées au sujet du fait de la relative simplicité du problème. En effet, bien que le contrôle actif en milieu extérieur soit plus difficile à mettre en oeuvre qu'en milieu clos, la nature du bruit émis par un transformateur (spectre de raies basse fréquence) ainsi que la possibilité de disposer d'un signal de référence parfaitement corrélé à la nuisance sonore rend la réalisation d'un système actif envisageable. La méthode développée dans ce mémoire sera testée sur un transformateur de puissance afin d'évaluer ses performances dans le cas d'une source étendue réelle. Ci-dessous, nous présentons un tour d'horizon des différentes techniques actives et parfois passives imaginées pour compenser ou compléter le manque d'efficacité des murs antibruit dans le domaine des basses fréquences.

Les premières tentatives ont pour la plupart été réalisées avec du matériel rudimentaire ajusté manuellement, dans le but de démontrer la faisabilité du contrôle actif appliqué à des grandes sources en milieu extérieur.

Conover et Ringlee [15] figurent parmi les premiers à avoir mené une étude expérimentale conséquente sur le bruit émis par les transformateurs de puissance. Suite à une analyse détaillée des caractéristiques du champ rayonné (évolution en fonction de la distance, directivité, déformée vibratoire de la cuve) et de l'influence des murs antibruit, ils réalisent un dispositif simple basé sur le placement de un à quatre haut-parleurs proche de la cuve. En ajustant manuellement l'amplitude et la phase, ils parviennent ainsi à créer un faisceau de silence d'environ 30° à l'intérieur duquel la réduction du niveau sonore à 120 Hz (fréquence fondamentale, standard américain) est de l'ordre de 6 dB et peut atteindre 35 dB ponctuellement et pendant de courtes durées. Il s'agit donc d'un contrôle directif qui par principe crée un « zéro » dans la directivité de la source mais a tendance à renforcer le niveau sonore dans d'autres directions.

Hesselmann [31] souligne la différence existant entre la réduction active du niveau de pression, résultant de la création d'une interférence destructrice, et la réduction active de la puissance rayonnée, résultant de l'absorption par les haut-parleurs d'une partie de l'énergie acoustique. Dans le premier cas, la directivité de la source est modifiée sans nécessairement changer la puissance rayonnée. A l'aide de deux haut-parleurs, il cherche à atténuer la puissance rayonnée par un transformateur de 100 kVA, source pouvant être considérée comme « compacte » comparativement à la longueur d'onde acoustique à 100 Hz. Le dispositif est mis en place dans une chambre semi-anéchoïque, l'amplitude et la phase des sources secondaires sont ajustées manuellement de manière à ce que le transformateur sous contrôle aie une directivité quadripolaire, réputée pour avoir une faible aptitude à rayonner. La réduction obtenue est comprise entre 20 et 38 dB suivant la direction d'observation, qui s'étend sur 180° . Il observe également une élévation du niveau de pression en champ proche, phénomène fréquemment rencontré dans le cas du contrôle actif de la

puissance rayonnée.

Toujours basé sur l'utilisation d'un équipement audio simple et peu coûteux, Ross [51] tente d'atténuer la composante monopolaire du champ acoustique rayonné par deux transformateurs à l'aide d'un haut-parleur placé à proximité. Il parvient sans problème à des atténuations de l'ordre de 10 dB (maximum 20 dB) à 100 Hz dans une pièce d'un bâtiment situé à une vingtaine de mètres des transformateurs, au sein de la station de transformation.

Le début des années 80 a été marqué par l'apparition de systèmes plus complexes, asservis par un contrôleur chargé d'optimiser en temps réel les signaux envoyés aux sources secondaires en fonction des pressions captées par les microphones. De tels dispositifs permettent alors de prendre en compte les variations climatiques (température, vent), propres au milieu extérieur, ainsi que les variations de charge du transformateur, pouvant occasionner un changement de ses caractéristiques de rayonnement.

Jessel et Angevine [34] mettent au point un système de contrôle actif s'appuyant sur le principe de Huygens. Ainsi, la disposition de sources secondaires sur une surface entourant la source est supposée atténuer le niveau de pression à l'extérieur du volume délimité par cette surface sans changer le champ acoustique à l'intérieur. Les sources secondaires utilisées sont des « tripôles » (un monopôle + un dipôle) dont la directivité est cardioïde, chacun d'eux est associé à un microphone situé à une distance très proche de son tripôle. Le contrôleur est chargé de minimiser le niveau de pression rayonné mesuré aux microphones. Ils parviennent à atténuer le niveau de pression d'environ 10 dB à 120 Hz tout autour du transformateur avec un dispositif comportant 26 tripôles et autant de microphones. Le système souffre donc encore de la nécessité d'un nombre élevé d'actuateurs et de capteurs, et du fait que le dispositif est réalisé en chambre semi-anéchoïque, il n'est pas soumis aux conditions réelles du milieu extérieur. Le nombre élevé de composants nécessaire vient probablement, en partie, du fait que les auteurs cherchent à ne pas modifier le champ acoustique à l'intérieur de la surface fictive. En ignorant le niveau sonore à l'intérieur de cette surface fictive, niveau qui serait éventuellement plus élevé en situation de contrôle, il est probable que le nombre de composants puisse être diminué, tout en ne modifiant pas les performances à l'extérieur de la surface.

Craig et Angevine [18] se concentrent davantage sur les problèmes pratiques auxquels il faut faire face pour qu'une installation de contrôle actif adaptatif puisse fonctionner durablement lorsqu'elle est soumise à des conditions réelles. Ils choisissent de se restreindre à un contrôle angulaire du fait que cette situation semble correspondre à la majorité des cas rencontrés, et que ce choix peut considérablement simplifier le problème. Une comparaison de deux algorithmes adaptatifs les conduit à opter pour la forme multicanale de l'algorithme LMS à référence filtrée (*filtered-x LMS algorithm*). La sensibilité des microphones aux perturbations extérieures (vent, bruits environnants) est rendue moins critique par l'utilisation de filtres à bandes très étroites (0.04 à 0.64 Hz) centrés sur l'harmonique à traiter. Ils ont également abordé le problème du positionnement des actuateurs et des capteurs et la quantité nécessaire. La comparaison de l'efficacité d'une répartition dense de sources secondaires avec celle d'une répartition éparse les a conduit à la conclusion que la seconde solution est suffisante dans le cas d'un contrôle directif mais que la solution « dense » devient nécessaire pour le contrôle global. Concernant le positionnement des microphones, étant donné qu'en pratique il est rarement possible de les placer chez les plaignants où la réduction du niveau sonore est demandée, ils parviennent à un compromis en les disposant en limite de propriété. De la sorte, les microphones sont d'une part suffisamment éloignés du transformateur pour ne pas être dans le champ proche, et d'autre part ils captent un champ de pression relativement semblable au champ lointain, présent au niveau des habitations voisines. L'expérience semble également montrer qu'il faut éviter une répartition régulière des

microphones, ceci pouvant se traduire par un mauvais conditionnement de la matrice contenant les fonctions de transfert. La configuration retenue, basée sur 4 haut-parleurs et 6 microphones, permet une atténuation de 15 à 20 dB sur un angle d'environ 40° à 120 Hz et une atténuation de 12 à 15 dB sur un angle d'environ 35° à 240 Hz, l'atténuation observée pour les deux harmoniques suivants n'est pas significative. Ils soulignent également l'importance de la prise en compte de la nature du sol et des divers éléments géométriques voisins. En effet, la même configuration en présence d'un sol saturé d'eau (sol plus réfléchissant) a mis en évidence une diminution sensible des performances.

Dans la plupart des publications précédemment citées, le champ acoustique secondaire est issu d'une répartition de monopôles autour du transformateur. L'idée d'utiliser des tripôles introduite par Jessel et Angevine [34] est reprise par Martin et Roure [40, 41] et étendue au cas de multipôles d'ordre plus élevé. Le champ primaire est tout d'abord exprimé sous la forme d'une somme finie d'harmoniques sphériques. Puis, chaque terme de la somme est identifié comme étant un multipôle secondaire, pouvant être en pratique réalisé par un assemblage de haut-parleurs. Après une validation de la méthode sur des sources primaires élémentaires [40], elle est ensuite testée en chambre anéchoïque sur un « petit » transformateur de puissance ($L/\lambda \cong 0.5$) [41]. La configuration choisie est basée sur la répartition symétrique de 4 multipôles d'ordre 1 (1 monopôle + 3 dipôles) autour du transformateur à une distance d'environ 1 mètre, soit un total de 28 haut-parleurs nécessaires. La volonté d'obtenir un système très simple les a conduit à davantage réduire le nombre d'actuateurs et de microphones en effectuant une sélection basée sur l'application d'un algorithme génétique. Ils parviennent alors à une configuration nécessitant 8 haut-parleurs (répartis sur 4 centres) et 10 microphones et atténuant le niveau de pression de 10 à 25 dB à 100 Hz et de 5 à 10 dB à 200 Hz selon la direction. Martin et Roure montrent donc qu'il est possible de réaliser un contrôle global du champ rayonné sans recourir à une répartition dense de haut-parleurs. Cependant, le problème du placement des composants ne paraît pas être résolu. Le placement des multipôles résulte ici d'un choix arbitraire a priori, probablement rendu possible par la petite taille du transformateur testé.

Qiu et Hansen [50] présentent une comparaison entre les monopôles et les multipôles comme sources secondaires d'un système de contrôle actif en milieu extérieur. Leurs expérimentations sur des surfaces planes bafflées semblent montrer que ce choix dépend de la taille de la source comparativement à la longueur d'onde acoustique à traiter. Lorsque la source est petite et que le champ acoustique est stable, le placement d'un multipôle le plus proche possible semble plus efficace. Lorsque la taille de la source devient voisine de λ , comme c'est souvent le cas des transformateurs de puissance, une répartition de monopôles semble plus appropriée.

Citons également les travaux de Ming *et al* [42] qui s'intéressent à une solution passive basée sur l'ajout de points de contraintes mécaniques sur la surface vibrante, destinés à diminuer le niveau de vibration et le champ rayonné. Cette approche est testée sur une cuve assimilable à celle d'un transformateur de petite taille. Le dispositif s'avère efficace mais il paraît cependant plus difficile à mettre en oeuvre dans le cas de transformateurs de plus grande taille, pour lesquels le nombre points de contrainte nécessaire sera plus élevé, et leurs positionnements plus délicat.

Bien que les transformateurs de puissance se prêtent particulièrement bien à la mise en oeuvre d'une solution active, le problème n'en demeure cependant pas aisé. En effet, les nombreux travaux existant sur le sujet n'ont que très rarement dépassé le stade expérimental et ont montré de réelles performances uniquement sur la fréquence fondamentale (100 Hz) et le 1^{er} harmonique (200 Hz), au prix d'un nombre de composants souvent élevé. La méthode proposée dans ce mémoire se veut être une démarche en vue de rendre possible une diminution du nombre de haut-parleurs et de microphones nécessaires, et de rendre également possible le rapprochement

des microphones de la source.

1.4 Le projet ATQ (*Active Transformer Quieting*)

Le projet ATQ, en partenariat entre ABB Sécheron (Genève), l'école polytechnique fédérale de Lausanne (EPFL) et la société américaine QuietPower, s'intéresse à l'évolution du système américain de contrôle actif du bruit ATQ100 et à son adaptation au marché européen. Ce projet est parti d'un besoin d'adapter les anciens modèles de transformateurs de puissance aux nouvelles réglementations antibruit. Les transformateurs modernes sont d'ores et déjà conformes aux normes et ne sont donc pas ou peu concernés. Ce sont essentiellement les transformateurs d'un certain âge qui sont responsables de nuisances sonores, particulièrement gênantes pour le voisinage. Bien souvent d'ailleurs, une solution passive (murs) a déjà été mise en place et s'est avérée insuffisante.

Développé par la société américaine QuietPower, le système ATQ100 a déjà été installé sur plusieurs sites aux états-unis et a démontré son efficacité, notamment en basse fréquence, où les murs antibruit sont réputés peu efficaces. Cependant, son adaptation au marché européen a nécessité un effort supplémentaire afin de diminuer le coût du système, simplifier son architecture et augmenter sa fiabilité. Cette évolution a dicté les différents axes de recherche et de développement qu'il était nécessaire d'aborder dans le cadre du projet. Les efforts se sont principalement concentrés sur la simplification du système et son installation, en développant la technologie des composants du système (haut-parleur, microphones, contrôleur) et en améliorant les outils de prédiction et de conception. Les évolutions technologiques du système envisagées par ce projet ont nécessité un travail de recherche, dont une partie a permis la réalisation de cette thèse. L'objectif des travaux théoriques peut se diviser en trois axes : la compréhension des mécanismes de rayonnement de la cuve du transformateur, la recherche de la complexité minimale du système, et sa méthodologie de conception. Les différents aspects abordés au cours de ce projet sont brièvement décrits ci-dessous, afin de situer la contribution du travail de thèse par rapport aux préoccupations pratiques, et de fournir une vision globale des travaux scientifiques qui ne sont pas nécessairement apparents dans la thèse.

L'étude du rayonnement de la cuve a commencé par une modélisation structurelle par éléments finis, destinée essentiellement à *comprendre qualitativement la différence entre les cuves "américaines" (parallélépipédiques, avec une couche de gaz inerte - facilement compressible) et "européennes" (parties courbes, réservoir d'huile assurant le remplissage total de la cuve, alors incompressible)*. Le modèle, bien que très simplifié, a permis de mettre en évidence le très fort couplage vibratoire entre faces qui existe aux jonctions plan-cylindre, contrairement aux angles. Il a aussi permis de constater qu'un couplage très important résulte aussi du couplage interne par l'huile, quand le remplissage est total. Ces deux constats laissent à penser que les modes structuraux peuvent être très différents dans les deux cas, et surtout qu'ils sont probablement tous globaux sur les cuves "européennes" : le rayonnement des différentes faces ne serait donc pas du tout indépendant. Ceci a donc conduit à remettre en cause la méthode de conception "face par face" utilisée jusqu'ici pour les sites aux U.S.A.

Cependant, une des raisons majeures qui avait conduit à considérer uniquement des faces planes et indépendantes était que le calcul du rayonnement sans ces hypothèses est extrêmement délicat, les solutions analytiques étant réservées à des cas particuliers académiques, et les modèles numériques très lourds à mettre en oeuvre. Faute d'échappatoire, c'est cette dernière solution qui a été retenue, et les calculs de rayonnement ont été conduits en utilisant un code de modélisation acoustique par éléments de frontières, réputé robuste, mais nécessitant une très grande puissance

de calcul. Une station de travail dédiée a donc été installée, et le tout a été évalué sur quelques exemples simples. Les limites de cette approche sont faciles à comprendre en considérant que le modèle d'une cuve "moyenne" nécessite un maillage de quelques milliers de noeuds, le temps de calcul associé à chacun d'entre eux étant de l'ordre de l'heure sur cette machine dédiée. Ceci permet de comprendre en quoi une simplification de la modélisation a très vite été perçue comme une obligation, dès lors que les calculs en trois dimensions se sont avérés nécessaires.

Un autre volet du travail a donc consisté à utiliser toutes les hypothèses compatibles avec notre besoin, qui permettraient de réduire la taille des modèles sans trop dégrader leurs précisions. Pour des raisons d'efficacité, la démarche a tout d'abord été mise au point pour les géométries planes, rapides à calculer, puis validée sur un cas réel en trois dimensions. Cette approche, qui conduit à réduire la quantité de données permettant de décrire le champ rayonné par le transformateur, est également un pas vers la conception du système de contrôle lui-même : placer des actionneurs aux positions correspondant au modèle du champ primaire serait à coup sûr très efficace pour obtenir une excellente atténuation dans tout l'espace. Cette approche n'est cependant pas rentable : le nombre de canaux correspondant serait beaucoup trop élevé, les performances ainsi obtenues dépassant aussi largement les besoins de l'exploitant. Cette constatation a motivé une démarche orientée vers la maîtrise de la taille minimale nécessaire du système, basée sur une propriété du champ rayonné : sa complexité décroît rapidement lorsque l'on s'éloigne de la source. De ce fait, le champ lointain (qui correspond aux zones où le système doit réduire le bruit) doit pouvoir être contrôlé par un système beaucoup plus simple que celui qui traiterai le champ proche, où sont faites les mesures de base (pour des raisons d'accessibilité entre autres). Cette propriété du champ acoustique a des implications importantes en terme de réduction du nombre de canaux nécessaire pour assurer le contrôle actif du bruit, et donc du coût global du système.

L'étape suivante du travail a donc consisté à déterminer le nombre de paramètres réellement indépendants parmi les données nécessaires à la modélisation de la vibration de la cuve. Cette étape, fortement liée aux méthodes de conception du système, est basée sur l'analyse du champ rayonné à plusieurs échelles, et sur les propriétés mathématiques des fonctions qui décrivent ce comportement. C'est ce dernier aspect qui fait plus spécifiquement l'objet de la thèse et qui va être amplement décrit par la suite.

A l'issue du projet, trois sites ont été étudiés et caractérisés : le site de Tollarp (Suède) exploité par la société Sydkraft, le site de Wezembeek (Belgique) exploité par la société Electrabel et le site de Lausanne exploité par le Service d'Electricité de Lausanne. Les deux premiers ont débouchés sur l'installation d'un système de contrôle actif, intégrant déjà une partie des avancées technologiques apportées par le projet. Le dernier site s'est avéré plus complexe du fait que le transformateur est situé dans un environnement totalement clos, où ont été mises en évidence des transmissions par voies solidiennes entre le transformateur et les appartements où était perçue la gêne. Des mesures supplémentaires ont révélé un problème d'isolation vibratoire entre le transformateur et le bâtiment, et ont conduit à proposer une solution passive, plus efficace pour ce type de problème.

1.5 Approche adoptée

Nous avons vu au § 1.3 que le bourdonnement d'un transformateur de puissance peut être atténué par des techniques actives de contrôle du bruit ou des vibrations. Cependant, les diverses publications mentionnées décrivent essentiellement la mise au point de dispositifs expérimentaux destinés à évaluer la faisabilité. La conception d'une telle installation à des fins commerciales fait apparaître des contraintes supplémentaires de coût, qui appellent à leur tour des contraintes de

performances, de fiabilité dans le temps, de taille du système (nombre de capteurs et d'actuateurs, câblage), *etc.* Un moyen de répondre en partie aux exigences d'ordre économique consiste à concentrer les efforts sur la recherche de techniques permettant de diminuer le nombre de composants du système et la quantité de câblage.

Les contrôleurs disponibles dans le commerce sont en général conçus pour minimiser les carrés de pression captée par un certain nombre de microphones. C'est pourquoi nous avons choisi d'opter pour une approche elle aussi basée sur l'unique connaissance de la pression acoustique, grandeur la plus couramment accessible. Cette approche est basée sur un estimateur qui, lorsque les microphones sont répartis de manière homogène en champ lointain, correspond à la puissance rayonnée par la source. Bien que cet estimateur ne soit pas idéal dans toutes les situations, notamment pour une situation où les microphones seraient placés en champ proche, nous avons tout de même choisi de baser notre approche sur cet estimateur, par souci de se placer dans une situation rencontrée en pratique.

Les techniques basées sur la représentation modale du champ acoustique rayonné par une structure vibrante semblent particulièrement bien adaptées à nos préoccupations. Celles-ci permettent d'exprimer le champ acoustique sous la forme d'un ensemble de « modes de rayonnements », ayant comme caractéristique essentielle de rayonner indépendamment les uns des autres. Cette propriété peut alors être mise à profit pour étudier la structure du champ acoustique et permet potentiellement de dissocier la composante utile de la déformée vibratoire de la source, c'est à dire celle qui contribue au champ acoustique rayonné en champ lointain. De ce fait, le contrôleur peut concentrer ses efforts uniquement sur la partie rayonnée du champ acoustique et ne cherche pas à contrôler la composante non-propagative, qu'il est inutile de traiter. L'utilisation de la représentation modale s'inscrit donc dans une démarche en vue de réduire le nombre de microphones et d'actuateurs nécessaires. De plus, ce type de technique facilite la mise au point d'un système de contrôle actif dans le sens que chaque mode de rayonnement peut être attribué et traité par une des voies du contrôleur, sans que celle-ci soit perturbée par les autres voies, qui sont chacune destinées à l'atténuation d'un mode. L'architecture du contrôleur peut alors être elle aussi modulaire (à l'image des modes de rayonnements indépendants), formée par des éléments indépendants chargés de contrôler chacun un mode. Ceci n'aurait pas été possible si le choix s'était porté sur une représentation basée sur les modes de structures, qui ont la propriété d'interagir les uns avec les autres.

En ce qui concerne la diminution de la quantité de câblage, nous avons discuté précédemment les conséquences d'un rapprochement des microphones. Là encore, il semble intéressant de s'appuyer sur les techniques de représentation modale. Elles permettront ici de suivre l'évolution de la structure du champ acoustique lorsque la distance source-observation augmente. Basée sur l'hypothèse de simplification du champ acoustique avec la distance, cette démarche permettra d'évaluer dans quelle mesure les microphones peuvent être rapprochés de la source tout en restant capables de refléter le champ lointain.

La suite du rapport est consacrée à la présentation de l'approche adoptée, articulée autour de trois chapitres :

Le chapitre 2 présente une description de la méthode de représentation modale et la façon dont elle est utilisée ici pour répondre à nos préoccupations. Le problème est préalablement exprimé à partir d'un formalisme analytique, en mettant l'accent sur les aspects énergétiques du phénomène de rayonnement acoustique. Le problème est ensuite exprimé sous forme discrète, forme sur laquelle repose la méthode de représentation modale.

Le chapitre 3 est consacré à une analyse préliminaire de phénomènes déjà décrits et étudiés dans la littérature. Cependant, l'introduction et la validation de ces phénomènes sont nécessaires à la compréhension globale du problème. L'étude est menée dans le cas de sources planes bafflées. La relative simplicité de la géométrie permet de dégager les principales tendances et d'évaluer les avantages et les inconvénients de la méthode de représentation modale.

Le chapitre 4 porte sur des phénomènes moins connus, notamment ceux liés à la prise en compte de la distance d'observation. Cette partie porte donc sur les aspects les plus spécifiques et originaux de cette thèse. Nous poursuivons tout d'abord l'étude des sources planes bafflées du chapitre précédent. Puis, la suite est consacrée à l'étude d'une cuve de transformateur de puissance, afin d'évaluer les points communs et les différences avec le cas des surfaces planes.

Chapitre 2

Simplification du champ acoustique avec la distance

Ce chapitre est consacré à l'élaboration d'un modèle simplifié du rayonnement acoustique d'une structure vibrante permettant de prendre en compte la distance d'observation. Ce modèle repose sur l'estimation du bilan énergétique de la structure, obtenue à partir des carrés de pression en un certain nombre de points répartis sur une surface fictive quelconque entourant la source. La représentation de ce bilan sous la forme de modes de rayonnements permet d'identifier différents phénomènes énergétiques présents à une distance donnée. L'étude de l'évolution de cette représentation modale avec la distance permettra également d'évaluer dans quelle mesure il est possible, simplement à partir de la pression acoustique (sans la connaissance de la vitesse particulière), d'isoler la composante propagative du champ à partir de données collectées à une distance ne correspondant pas encore au champ lointain. La notion de « nombre de degrés de liberté » sera ainsi introduite comme étant une estimation du « degré de complexité » du champ acoustique à une distance donnée.

Les différents auteurs s'intéressant à la représentation modale du rayonnement (*cf.* § 1.2) effectuent le plus fréquemment un bilan de puissance soit directement à partir de la surface émissive, soit à partir d'une sphère fictive entourant la source et de rayon tendant vers l'infini. Ces deux cas limites, bien que très intéressants et en partie inspirateurs de la démarche proposée ici, ne fournissent pas d'informations sur l'évolution des phénomènes entre la surface émissive et le champ lointain. La présente formulation se veut donc être une démarche en vue d'étudier l'évolution du champ acoustique entre ces deux cas limites.

La première partie du chapitre est consacrée aux bases théoriques sur lesquelles repose la méthode. Ensuite sont abordés les problèmes relatifs à la discrétisation du problème continu. Puis, la fin du chapitre est consacrée à la méthode de représentation modale proprement dite.

2.1 Formulation analytique du problème extérieur

L'objectif de cette partie est de décrire sous forme analytique, le rayonnement acoustique en milieu illimité d'une structure vibrante à géométrie quelconque. Nous considérons ici un problème de rayonnement acoustique pur, c'est à dire que l'effet du milieu de propagation sur la source est négligeable. La surface émissive de la structure est donc ici considérée comme une frontière du problème dont le comportement vibratoire est connu, de sorte que la connaissance des caractéristiques mécaniques intrinsèques de la structure ne sont pas nécessaires. La géométrie de la surface rayonnante peut être complexe, comme par exemple dans le cas d'un transformateur de puissance, et de fait, l'opérateur de rayonnement, la « fonction de Green », n'est en pratique

pas connu mais supposé comme tel dans la formulation ci-après.

2.1.1 Géométrie et équations

La formulation présentée ici correspond à celle d'un problème extérieur de rayonnement acoustique. Une structure limitée par une surface fermée S rayonne dans un milieu fluide illimité V_e . Le problème est schématisé figure 2.1.

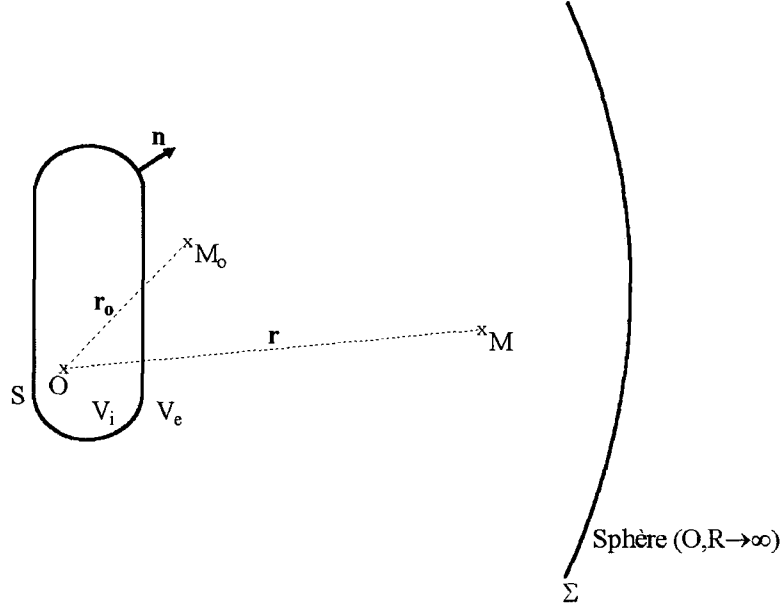


FIG. 2.1 – Géométrie du problème et notation adoptée.

\mathbf{n} est un vecteur unitaire définissant la normale sortante en un point de la surface S ou Σ . Un point source M_0 et un point récepteur M situés dans V_e ont pour coordonnées respectives \mathbf{r}_0 et \mathbf{r} .

Le champ acoustique en un point $M \in V_e$ rayonné par une source harmonique en espace illimité est gouverné par l'équation différentielle de Helmholtz inhomogène :

$$[\Delta + k^2] p(\mathbf{r}) = -f(\mathbf{r}_0), \quad \forall \mathbf{r}, \mathbf{r}_0 \in V_e \quad \text{Pa/m}^2 \quad (2.1)$$

$k = \omega/c$ est le nombre d'onde, ω la pulsation et c la célérité du son dans le fluide considéré. $p(\mathbf{r})$ est la pression acoustique complexe, la dépendance temporelle $e^{+j\omega t}$ est omise pour simplifier la notation. Le terme f est une fonction ou une distribution décrivant la source. $\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ est le Laplacien.

La définition du problème est complétée par les conditions aux limites inhomogènes (cas général), précisant la nature et l'état vibratoire de la surface source :

$$\left[\frac{\partial}{\partial n} + j \frac{\omega \rho}{Z} \right] p(\mathbf{r}) = j\omega \rho v_n, \quad \forall \mathbf{r} \in S \quad \text{Pa/m} \quad (2.2)$$

et par la condition de Sommerfeld exprimant la situation de champ extérieur pour laquelle l'énergie émise par les sources n'est pas réfléchi à l'infini :

$$\lim_{R \rightarrow \infty} R \left[\frac{\partial}{\partial R} + jk \right] p(\mathbf{r}) = 0, \quad \forall \mathbf{r} \in V_e \quad \text{Pa} \quad (2.3)$$

ρ est la masse volumique du fluide, Z est l'impédance du matériau constituant la surface (Pa s/m), v_n est la vitesse vibratoire normale de la surface source et $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$ représente la distance entre un point source et un point récepteur.

La solution du problème défini par les équations (2.1), (2.2) et (2.3) peut être exprimée, dans le cas d'une source f étendue dans le domaine V_e , sous la forme d'une superposition des champs élémentaires créés par chaque élément de source [11]. Le champ de pression acoustique peut dans ce cas s'exprimer sous la forme d'un produit de convolution :

$$p(\mathbf{r}) = \iiint_{V_e} f(\mathbf{r}_0) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_0, \quad \forall \mathbf{r}, \mathbf{r}_0 \in V_e \quad \text{Pa} \quad (2.4)$$

La fonction de Green G représente le champ de pression rayonné dans le domaine V_e par un monopôle en présence de la frontière S . La solution exprimée selon (2.4) implique que la fonction de Green soit choisie de manière à ce qu'elle satisfasse toutes les conditions aux limites du problème, qui doivent être de ce fait homogènes dans la relation (2.2). De plus, G doit également être choisie telle qu'elle respecte les deux conditions suivantes, et ce quelle que soit l'expression de la solution :

– Principe de réciprocité :

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = G(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}), \quad \forall \mathbf{r}, \mathbf{r}_0 \in V_e \quad \text{m}^{-1} \quad (2.5)$$

– Solution unitaire de l'équation de Helmholtz inhomogène :

$$[\Delta + k^2] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \quad \forall \mathbf{r}, \mathbf{r}_0 \in V_e \quad \text{m}^{-3} \quad (2.6)$$

L'expression de la solution sous la forme d'une intégrale de volume portant sur le domaine V_e (relation (2.4)) est le résultat d'un choix sur la fonction de Green. La solution « générale », issue de la résolution de l'équation de Helmholtz inhomogène associée à des conditions aux limites également inhomogènes, s'exprime sous la forme de l'intégrale de volume (2.4) et d'une intégrale portant sur la surface frontière S du domaine V_e . Cette dernière, composée d'une contribution de type monopolaire et d'une contribution de type dipolaire, traduit le choix d'une fonction de Green ne respectant pas toutes les conditions aux limites du problème.

La définition des sources par l'intermédiaire des relations (2.1) et/ou (2.2), la définition du domaine fluide ouvert ou fermé ainsi que le choix de la fonction de Green et des conditions aux limites qu'elle satisfait, représentent des paramètres dont la liberté de choix permet d'obtenir différentes expressions intégrales de la solution. Ces choix dépendent en général des grandeurs accessibles et du type de problème à résoudre. Un développement détaillé de la formulation intégrale des problèmes de rayonnement acoustique est disponible en consultant par exemple [11], [38] et [44].

L'expression du terme source sous forme monopolaire en régime harmonique permet d'écrire la relation (2.4) sous la forme suivante :

$$p(\mathbf{r}) = j\omega\rho \iiint_{V_e} q_0(\mathbf{r}_0) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_0, \quad \forall \mathbf{r}, \mathbf{r}_0 \in V_e \quad \text{Pa} \quad (2.7)$$

où q_0 a la dimension d'une densité de débit ($\frac{\text{m}^3/\text{s}}{\text{m}^3}$).

La description complète du champ acoustique nécessite encore l'expression de la vitesse particulaire, obtenue à partir de l'équation d'Euler en régime harmonique :

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{j\omega\rho} \nabla p(\mathbf{r}), \quad \forall \mathbf{r} \in V_e \quad \text{m/s} \quad (2.8)$$

En introduisant l'expression du champ de pression (2.7) dans (2.8), on obtient finalement :

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = - \iiint_{V_e} q_0(\mathbf{r}_0) \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_0, \quad \forall \mathbf{r}, \mathbf{r}_0 \in V_e \quad \text{m/s} \quad (2.9)$$

où $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$ est l'opérateur nabla.

Le choix des formulations (2.7) et (2.9) nécessite la connaissance de la forme explicite de la fonction de Green satisfaisant toutes les conditions aux limites du problème, ainsi que son gradient. Ceci est rarement le cas excepté pour des structures à géométries compatibles (plan, cylindre). L'obtention d'une forme discrète de G et ∇G est cependant possible en effectuant des mesures ou en ayant recours à la méthode des éléments de frontière. Les relations (2.7) et (2.9) sont par conséquent bien adaptées à l'implémentation numérique et vont permettre d'exprimer le bilan énergétique.

2.1.2 Aspects énergétiques

L'analyse séparée des champs de pression et de vitesse autour de la source ne fournit pas directement des informations sur la nature des différents transports d'énergie existants. La combinaison de ces deux grandeurs permet cependant d'y parvenir par l'intermédiaire de la loi de conservation de l'énergie. Le théorème d'Ostrogradski¹, qui dit que tous les effets internes à un volume sont traduits par ce qui se passe sur une surface enveloppe, permet de dresser le bilan énergétique à partir d'une surface fictive fermée quelconque entourant la source. Le propos de la méthode présentée étant d'étudier l'évolution du champ acoustique en fonction de la distance, il n'est par conséquent pas suffisant ici de réaliser le bilan énergétique à partir de la surface émissive ou à partir d'une sphère située en champ lointain, comme l'ont proposé certains auteurs cités au § 1.2. Nous nous proposons ici d'exprimer le bilan d'énergie à l'intérieur d'un volume délimité par la surface de la source et une surface quelconque fermée entourant la source. Cette dernière surface pourra alors être déplacée depuis la surface de la source jusqu'au champ lointain en passant par le champ proche, et permettra ainsi de suivre l'évolution des flux qui la traversent.

La loi de conservation de l'énergie s'obtient à partir des équations fondamentales linéarisées de l'acoustique. Appliquée à une particule élémentaire de fluide et sous forme instantanée, elle s'exprime (consulter par exemple [38, chapitre 2]) :

$$\rho \mathbf{v} \mathbf{F} + p \mathbf{q} = \frac{\partial}{\partial t} (e_c + e_p) + \nabla (p \mathbf{v}) \quad \text{J/m}^3 \text{s} \quad (2.10)$$

Les deux termes de gauche représentent l'énergie apportée par les sources éventuelles présentes à l'intérieur du volume élémentaire considéré, \mathbf{F} est une force par unité de masse (N/Kg) et \mathbf{q} une densité de débit ($\frac{\text{m}^3/\text{s}}{\text{m}^3}$). Les deux termes de droite représentent respectivement la variation temporelle de la densité d'énergie interne contenue dans le volume élémentaire et le flux d'énergie sortant de ce même volume. $e_c = \frac{1}{2} \rho \mathbf{v}^2$ et $e_p = \frac{1}{2} \frac{p^2}{\rho c^2}$ représentent respectivement les densités d'énergies cinétiques et potentielles instantanées. p et \mathbf{v} sont dans ce cas et dans la relation (2.10) les grandeurs instantanées de la pression et de la vitesse. En acoustique, l'énergie cinétique est liée au mouvement des particules de fluide et l'énergie potentielle aux fluctuations de pression (compression ou détente des particules de fluide) auxquelles elles sont sujettes.

Afin d'appliquer la relation (2.10) au cas qui nous intéresse, il est nécessaire de l'exprimer sous forme intégrale et faire ainsi apparaître un volume V et sa surface enveloppe S_r entourant

¹Théorème d'Ostrogradski : $\iiint_V \nabla \cdot \mathbf{v} dV = \iint_{S_r} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS$, \mathbf{n} normale extérieure à S

la source. En intégrant la partie gauche de l'équation (2.10) sur le volume V et en prenant la moyenne temporelle sur une période, il devient alors possible d'exprimer la puissance moyenne W_t de la source :

$$W_t = W_a + jW_r \quad \text{W (2.11)}$$

où $W_a, W_r \in \mathbb{R}$. En faisant de même sur la partie droite et en utilisant le théorème d'Ostrogradski¹, nous obtenons :

$$W_t = - \iiint_V 2j\omega L dV - \iint_{S_r} \mathbf{\Pi} \mathbf{n} dS \quad \text{W (2.12)}$$

où $L = \langle e_c \rangle_T - \langle e_p \rangle_T = \frac{1}{4} \rho \mathbf{v} \mathbf{v}^* - \frac{1}{4} \frac{p p^*}{\rho c^2}$ est appelé le « Lagrangien » et représente la différence entre les énergies cinétiques et potentielles moyennes. $\mathbf{\Pi} = \frac{1}{2} p \mathbf{v}^* = \mathbf{I} + j\mathbf{J}$ est le vecteur intensité complexe, \mathbf{I} est l'intensité active et \mathbf{J} l'intensité réactive. En raison du moyennage temporel appliqué, la pression, la vitesse particulière et les grandeurs qui en découlent ne sont plus ici des grandeurs instantanées.

L'identification de (2.12) à (2.11) conduit finalement à :

$$W_a = - \iint_{S_r} \mathbf{I} \mathbf{n} dS \quad \text{W (2.13)}$$

$$W_r = - \iiint_V 2\omega L dV - \iint_{S_r} \mathbf{J} \mathbf{n} dS \quad \text{W (2.14)}$$

W_a est la puissance active, elle représente un flux d'énergie (à travers S_r) à caractère propagatif. \mathbf{I} possède un caractère conservatif ($\nabla \mathbf{I} = 0$), de ce fait, la puissance active ne dépend pas de la surface S_r à partir de laquelle elle est calculée. Ainsi, la puissance active peut être obtenue à partir de la surface émissive, ou à partir d'une surface située en champ lointain, ou bien encore à partir d'une surface quelconque entourant la source. La puissance active est la seule grandeur qui parvient au champ lointain.

W_r est la puissance réactive, elle est composée d'un flux d'énergie (à travers S_r) à caractère non-propagatif, représenté par la partie imaginaire de l'intensité complexe, et d'une quantité reflétant la variation d'énergie interne dans le volume V , représentée par le Lagrangien. La figure 2.2 illustre les différents phénomènes énergétiques décrits précédemment. Ce schéma montre que l'énergie émise par la source se scinde en une partie « transportée », qui de ce fait traverse S_r , et une partie « stockée », qui ne traverse pas S_r et qui est contenue dans le volume V , délimité par la surface émissive et la surface fictive entourant la source. Précisons toutefois que la partie transportée, associée à la puissance réactive, ne correspond pas à un flux d'énergie vers le champ lointain. Dans ce cas, l'énergie qui traverse S_r est stockée un peu plus loin au-delà, et reste ainsi à proximité de la source.

Afin de mieux comprendre à quoi correspondent les grandeurs \mathbf{I} et \mathbf{J} , revenons brièvement aux grandeurs instantanées. L'intensité instantanée \mathbf{I}_i en un point de l'espace est égale au produit de la pression et de la vitesse instantanées en ce point :

$$\mathbf{I}_i(\mathbf{r}, t) = p(\mathbf{r}, t) \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) \quad \text{W/m}^2 \quad \text{(2.15)}$$

D'une manière générale, la pression instantanée en régime harmonique peut s'exprimer :

$$p(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left[|p(\mathbf{r})| e^{j(\omega t + \varphi(\mathbf{r}))} \right] \quad \text{Pa} \quad \text{(2.16)}$$

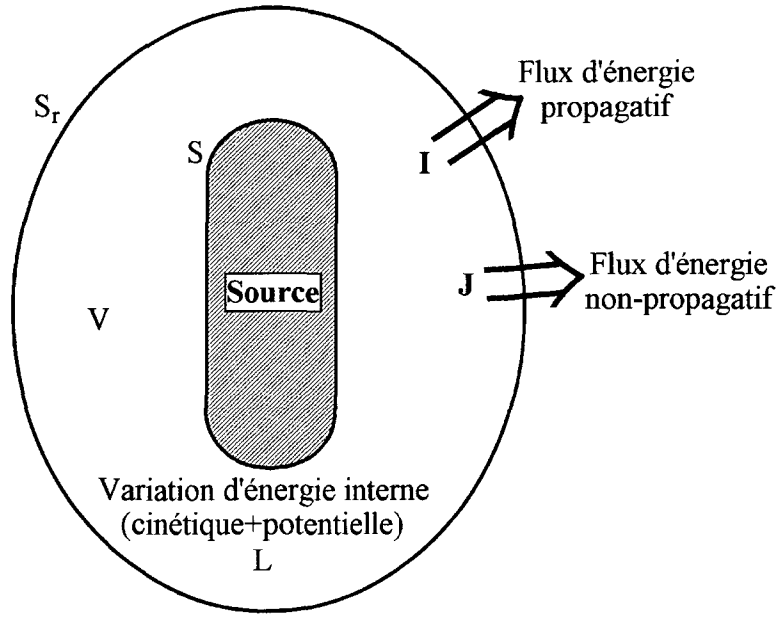


FIG. 2.2 – Schéma du bilan énergétique

où le symbole « Re » désigne la partie réelle de la grandeur entre crochets. La vitesse particulaire instantanée s'obtient en fonction de la pression instantanée en utilisant l'équation d'Euler (2.8). En décomposant le gradient de la pression, il vient :

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left[(-1/\omega\rho) [|p(\mathbf{r})| \nabla \varphi(\mathbf{r}) - j \nabla |p(\mathbf{r})|] e^{j[\omega t + \varphi(\mathbf{r})]} \right] \quad \text{m/s} \quad (2.17)$$

La relation (2.17) montre que l'amplitude de la vitesse particulaire est composée d'une partie réelle, en phase avec la pression, et d'une partie imaginaire, en quadrature. En explicitant la pression et la vitesse dans (2.15), nous obtenons :

$$\mathbf{I}_i(\mathbf{r}, t) = (-1/2\omega\rho) \left[|p(\mathbf{r})|^2 \nabla \varphi(\mathbf{r}) [\cos 2(\omega t + \varphi(\mathbf{r})) + 1] + |p(\mathbf{r})| |\nabla |p(\mathbf{r})|| \sin 2(\omega t + \varphi(\mathbf{r})) \right] \quad \text{W/m}^2 \quad (2.18)$$

Un développement analogue appliqué à l'intensité complexe \mathbf{II} telle qu'elle a été définie précédemment conduit finalement à identifier les grandeurs \mathbf{I} et \mathbf{J} à l'intensité instantanée exprimée selon (2.18), il vient alors :

$$\mathbf{I}_i(\mathbf{r}, t) = \mathbf{I}(\mathbf{r}) [\cos 2(\omega t + \varphi(\mathbf{r})) + 1] + \mathbf{J}(\mathbf{r}) \sin 2(\omega t + \varphi(\mathbf{r})) \quad \text{W/m}^2 \quad (2.19)$$

avec

$$\mathbf{I}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{I}_i(\mathbf{r}, t) \rangle_T = (-1/2\omega\rho) |p(\mathbf{r})|^2 \nabla \varphi(\mathbf{r}) \quad \text{W/m}^2 \quad (2.20)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = (-1/2\omega\rho) |p(\mathbf{r})| |\nabla |p(\mathbf{r})|| \quad \text{W/m}^2 \quad (2.21)$$

L'intensité active \mathbf{I} correspond donc à la moyenne temporelle de l'intensité instantanée, elle traduit un flux d'énergie acoustique moyen dans le temps et par unité de surface. La comparaison de (2.20) à (2.17) montre que c'est la composante de la vitesse en phase avec la pression qui contribue à l'intensité active, donc au transfert d'énergie vers le champ lointain. D'autre part, l'intensité active exprimée selon (2.20) fait apparaître que la direction du vecteur \mathbf{I} est perpendiculaire aux lignes isophases du champ de pression, qui correspondent aux fronts d'ondes [39]. Dernière remarque à propos de l'intensité active, le calcul de la puissance active ne fait intervenir

que la composante normale de \mathbf{I} (cf. relation (2.13)), qui peut être très différente de l'intensité active proprement dite. Mann,III [39] montre que \mathbf{I} peut être décomposée en une partie rotationnelle et une partie divergente. La partie rotationnelle correspond à un flux qui sort à un endroit de la surface et qui rentre à nouveau à un autre endroit, elle apparaît donc localement non nulle sur une portion de la surface totale entourant la source, mais elle est nulle si l'on considère la surface dans sa totalité. La partie divergente est par conséquent la seule responsable du transfert d'énergie vers le champ lointain. Dans ce mémoire, nous ne considérerons que des surfaces fermées, il n'est donc pas nécessaire de faire apparaître cette distinction dans la formulation.

Le terme associé à l'intensité réactive \mathbf{J} dans (2.19) disparaît si l'on effectue la moyenne temporelle de l'intensité instantanée. \mathbf{J} ne participe donc pas à un transport net d'énergie vers le champ lointain, mais traduit l'amplitude d'une fluctuation locale liée au passage de la perturbation acoustique au travers de la surface S_r . Au cours d'une période du phénomène de propagation et en un point donné de S_r , le milieu acquiert et cède alternativement (2 fois dans une période) de l'énergie potentielle et cinétique en fonction de l'état de compression, détente ou vitesse de la particule de fluide considérée. La comparaison de (2.21) à (2.17) montre que c'est la composante de la vitesse en quadrature avec la pression qui contribue à l'intensité réactive. On peut montrer, dans le cas de sources simples, que l'amplitude de la composante en quadrature de la vitesse décroît plus rapidement que celle en phase avec la pression, lorsque l'on s'éloigne de la source. Ainsi, la décroissance géométrique de cette composante dans le cas d'une source sphérique est en $1/r^2$ alors que celle en phase avec la pression est en $1/r$. Le flux lié à l'intensité réactive semble donc être un indicateur de champ proche, traduisant un déséquilibre entre énergie cinétique et potentielle. La direction du vecteur intensité réactive, comme le montre la relation (2.21), est perpendiculaire aux lignes isobares (lignes où l'amplitude de la pression acoustique est constante), et orienté vers les minima de pression [39].

De même, l'intégrale associée au Lagrangien L est de même nature que celle associée à l'intensité réactive, excepté qu'elle représente la variation d'énergie cinétique dans le volume délimité par S_r et S . Cette variation a tendance à disparaître en champ lointain, au fur et à mesure que l'on se rapproche d'une propagation de nature voisine de celle des ondes planes. En conséquence, le flux lié à l'intensité réactive tend à disparaître lui aussi lorsque l'on s'éloigne de la source. Ainsi, lorsque la surface S_r est rejetée à l'infini, la puissance réactive n'est plus composée que de la variation d'énergie interne (intégrale sur le volume), dans tout l'espace extérieur à la source. De même, lorsque S_r tend vers S , W_r n'est composée que du flux d'énergie non-propagatif, qui dans ce cas traduit également la variation d'énergie interne dans tout l'espace [4]. Dans un cas intermédiaire, pour lequel la surface enveloppe est située à une distance quelconque de la source, la puissance réactive est composée des deux intégrales (cf. relation (2.14)), l'une étant complémentaire de l'autre.

Comme le montre la relation (2.13), l'obtention de la puissance rayonnée en champ lointain nécessite la connaissance de la composante normale de l'intensité active sur une surface entourant la source. Cette formulation requiert par conséquent la connaissance de la pression acoustique et de la vitesse particulière sur cette surface, qui en pratique ne sont accessibles qu'en ayant recours à des mesures intensimétriques. Cependant, la seule mesure de la pression permet d'obtenir une bonne estimation de la puissance rayonnée, à la condition que la surface de mesure soit située en champ lointain, où les effets cinétiques et potentiels s'équilibrent. Il en découle une relation de proportionnalité entre la vitesse particulière et la pression $\mathbf{v} = p/\rho c$, qui permet alors d'exprimer le flux d'énergie à partir du carré de la pression, puis la puissance rayonnée sous la forme :

$$W_a = \iint_{S_r} \frac{|p|^2}{2\rho c} dS \quad W \quad (2.22)$$

Si la surface qui entoure la source est située à une distance intermédiaire, l'estimation de la puissance rayonnée à partir de cette relation est biaisée. L'erreur commise dépend d'une part de la position de la surface enveloppe par rapport à la source, déterminant la présence de phénomènes de champ proche plus ou moins importants, et dépend d'autre part de la géométrie de la surface enveloppe, pouvant conduire à une différence entre la direction du vecteur \mathbf{I} et la normale à cette surface.

Holmer [33] propose, entre autre, quelques règles de bon sens afin de minimiser ces deux types d'erreurs. Pour cela, il se base sur une délimitation du champ acoustique en trois zones principales d'éloignement par rapport à la source, zones caractérisées par la présence d'un phénomène dominant les autres, qui peuvent être cependant présents mais de manière moins marquée. La zone la plus proche de la source, qu'il appelle « champ proche hydrodynamique » (*hydrodynamic nearfield*), est marquée par la prépondérance des phénomènes de circulation, conséquents au déphasage important entre la pression et la vitesse particulière. Dans cette zone située à proximité de la surface émissive, le mouvement de celle-ci impose son mouvement au fluide. Par analogie avec la mécanique, cette zone pourrait être assimilée à un régime de « vibrations forcées ». La disposition de la surface enveloppe au sein de cette zone conduit à une importante erreur de champ proche, en raison de la présence non négligeable d'une composante évanescence dans le champ de pression.

La zone qui succède à celle du champ proche hydrodynamique est appelée « champ proche acoustique » (*acoustic nearfield*), parfois appelée « champ proche géométrique » [25]. Au sein de cette région, la décroissance du champ en $1/r$ n'est pas encore atteinte mais le déphasage entre la pression et la vitesse particulière tend à se réduire de sorte que l'intensité active \mathbf{I} est sensiblement égale à $|p|^2/2\rho c$. Cette région semble donc déjà propice à l'utilisation de la relation (2.22), où l'erreur de champ proche est limitée et l'erreur due à la géométrie de la surface enveloppe peut être minimisée en choisissant une surface conforme à la surface de la source. Une surface conforme est, au sens de Holmer, une surface qui enveloppe la surface de la source à une distance constante. Il semble que la normale à ce type de surface tend à être proche de la direction du vecteur \mathbf{I} , minimisant ainsi l'erreur de « projection » [38, §10.4.1] due à la géométrie de la surface enveloppe. De plus, l'atténuation géométrique du champ acoustique est supposée être constante sur une surface de ce type, du fait de l'équidistance entre cette surface et celle de la source.

La dernière zone, la plus éloignée de la source et appelée « champ lointain », est caractérisée par une décroissance du champ acoustique en $1/r$ et des conditions de propagation sphérique. L'intensité active est maintenant égale à $|p|^2/2\rho c$ et sa direction est égale à la normale d'une surface sphérique entourant la source. Nous retrouvons donc ici toutes les hypothèses d'utilisation de la relation (2.22). Pour reprendre l'analogie avec la mécanique, le champ lointain correspondrait à un régime de « vibrations libres ».

L'extension de ces différentes zones est difficile à définir clairement. Le champ proche hydrodynamique, lorsqu'il existe, dépend non seulement de la géométrie de la source mais aussi de sa déformée vibratoire. La transition entre le champ proche acoustique et le champ lointain se situe approximativement à une distance égale à la moitié de la plus grande dimension de la source.

Dans le cas d'un système de contrôle actif, le choix de la formulation (2.22) (sous forme discrète) pour l'estimation de la puissance rayonnée se traduit par un dispositif basé sur la répartition de microphones autour de la source, alors que le choix de la formulation (2.13) nécessite une répartition d'intensimètres. Cette dernière solution peut donc devenir beaucoup plus coûteuse étant donné leur nombre nécessaire qui peut être élevé. Cependant, le choix de la for-

mulation (2.22) comporte en pratique elle aussi un inconvénient. En effet, bien que celle-ci soit limitée à la disposition des microphones en champ lointain, il n'est bien souvent pas possible de les y placer du fait de la rapide dégradation du rapport signal sur bruit lorsque l'on s'éloigne de la source de bruit qui nous intéresse. De plus, en milieu extérieur, il est fréquent que d'autres sources de bruit soient présentes, qui ont pour effet de fausser l'estimation de la puissance de la seule source à traiter. En pratique donc, les microphones sont rapprochés et ne sont donc pas complètement en situation de champ lointain. Cependant, comme nous l'avons discuté précédemment, il semble possible d'estimer sans trop d'erreur la puissance rayonnée en plaçant la surface de mesure dans la zone intermédiaire de champ proche acoustique. La difficulté réside donc, entre autre, dans le choix d'une distance de placement des microphones par rapport à la source, qui soit un compromis acceptable entre la qualité du rapport signal sur bruit et la précision de l'estimation de la puissance rayonnée.

Introduisons encore, pour terminer ce paragraphe sur les aspects énergétiques, la notion « d'efficacité de rayonnement » d'une structure vibrante :

$$\eta = \frac{W}{\rho c S \langle |v_n(\mathbf{r})|^2 \rangle} \quad 1 \quad (2.23)$$

où S est la surface totale du corps émissif et $\langle |v_n(\mathbf{r})|^2 \rangle$ est la moyenne spatiale des carrés de vitesse normale à la surface vibrante. W est la puissance active déterminée selon la relation (2.13) ou (2.22). Ce facteur adimensionnel s'apparente à un rendement de rayonnement dans le sens qu'il traduit le rapport entre la puissance « injectée » dans le milieu et la puissance rayonnée en champ lointain. Il est compris entre 0 et 1, traduisant respectivement une puissance rayonnée nulle ou totale. Ce facteur est très utile pour qualifier le rayonnement d'une structure vibrante, il est introduit ici et sera plus amplement discuté par la suite.

2.1.3 Décomposition modale de l'opérateur de rayonnement

Lorsque dans un problème quel qu'il soit, il existe des invariants physiques, il est possible de le formuler comme un « problème aux valeurs propres ». Ces valeurs propres forment un ensemble de valeurs discrètes caractéristiques, et représentatives de ces invariants. Ceci signifie que le système étudié se décompose sur un certain nombre de valeurs ou d'états bien précis. La nature et l'origine de ces invariants physiques varient selon le problème. En acoustique des milieux clos par exemple, les invariants trouvent leurs origines dans les dimensions géométriques de la cavité étudiée, et sont proportionnels à ses différentes fréquences de résonance.

Dans le cas d'un problème de rayonnement de structure en milieu illimité, l'existence d'invariants n'est pas aussi intuitive que dans le cas d'un milieu clos. L'invariant qui nous intéresse ici réside dans l'aptitude d'une structure à transférer de l'énergie depuis sa surface émissive vers un autre endroit de l'espace. Cet endroit peut être soit la totalité de l'espace extérieur à la structure, soit une partie seulement : un volume ou une surface fictive par exemple. Là encore, l'invariant est dicté par la géométrie du problème, la géométrie de la surface d'où l'énergie est émise mais aussi de celle où l'énergie est transférée. Cette association géométrique du lieu d'émission avec celui de réception forme un système qui ne peut transférer de l'énergie que par l'intermédiaire d'un certain nombre « d'états ».

Dans le cas d'un problème où l'opérateur de rayonnement est connu sous forme analytique, les invariants peuvent être recherchés en effectuant un « développement en valeurs singulières »

(singular value expansion, SVE) sur cet opérateur [28, 29] :

$$K(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \sum_{i=1}^{\infty} \mu_i u_i(\mathbf{r}) v_i^*(\mathbf{r}_0), \quad \forall \mathbf{r}, \mathbf{r}_0 \in V_e, \forall K \in \mathcal{L}^2 \quad (2.24)$$

Les valeurs $\mu_i \in \mathbb{R}$ sont les « valeurs singulières », elles décroissent au fur et à mesure que l'ordre i augmente, soit $\mu_1 \geq \mu_2 \geq \dots \geq 0$. Les fonctions u_i et $v_i \in \mathbb{C}$ sont respectivement les « fonctions propres de droite et de gauche » de K . Elles possèdent les propriétés d'orthonormalité notées ² $(u_i, u_j) = (v_i, v_j) = \delta_{ij}$ avec $i, j = 1, 2, \dots$. La notation v_i^* désigne la fonction complexe conjuguée de v_i . \mathcal{L}^2 est l'espace des fonctions de carré sommable, auquel l'appartenance de K conditionne l'existence de la SVE.

Dans le cas qui nous intéresse, K correspond à une fonction proportionnelle à la fonction de Green du problème, dans notre cas, c'est sur l'opérateur de la relation (2.7) que doit être effectuée la décomposition. La connaissance de K sous forme analytique ou sous une forme discrète peut avoir des conséquences sur le nombre de dimensions de l'opérateur et donc sur le nombre de valeurs singulières et de fonctions propres. Mais dans tous les cas, le spectre des valeurs singulières demeure discret quel que soit le nombre de dimensions de l'opérateur, et en particulier, ceci reste valable à la limite, lorsque l'opérateur est continu et de dimension infinie [49].

La substitution de K par la somme infinie est rigoureusement équivalente dans le sens qu'aucune approximation n'est effectuée, d'où la présence du signe « = » dans la relation (2.24). Cependant la décroissance des valeurs singulières lorsque l'ordre augmente peut dans certains cas rendre les termes d'ordre élevé très petits comparativement à ceux associés aux premières valeurs singulières, si bien qu'il est possible de tronquer la somme à partir d'un certain ordre en acceptant toutefois de perdre quelque peu en précision. Ainsi, la précision souhaitée a priori est un critère permettant d'estimer le « nombre de degrés de liberté » de l'opérateur.

L'opérateur, tel qu'il apparaît par exemple dans la relation (2.7), constitue l'élément central d'une intégrale dite « de Fredholm de 1^{ère} espèce » [17], où la pression $p(\mathbf{r})$ résulte de l'intégration d'une fonction source préalablement multipliée par l'opérateur. La résolution du problème direct (la pression à partir de la fonction source) ne présente en général aucune difficulté dans la mesure où l'opérateur et la fonction source sont connus, la solution obtenue est unique. En revanche, la résolution du problème inverse (la fonction source à partir de la pression) représente un problème dit « mal posé » dans le sens que [28] :

- La solution recherchée (la fonction source) n'est pas nécessairement unique ou n'existe pas.
- Dans le cas où la solution est unique, une petite perturbation arbitraire de p peut engendrer d'importantes perturbations de la solution.

Outre ces propriétés mathématiques, l'aspect mal posé d'un problème possède avant tout une origine physique. Nous avons vu précédemment (*cf.* § 2.1.2) que le champ acoustique émis par une structure vibrante tend à se simplifier lorsque la distance d'observation croît, en raison de l'existence d'une composante non-propagative. Contrairement à la fonction source qui contient intrinsèquement toute l'information nécessaire pour décrire le champ acoustique dans tout l'espace quelle que soit la position d'observation, le champ de pression à une distance donnée ne contient plus toute l'information nécessaire pour décrire le fonction source qui l'a engendré. Autrement dit, la connaissance de la cause permet aisément d'en déduire l'effet, mais la connaissance de l'effet ne permet pas nécessairement de retrouver la cause. L'opérateur, qui d'un point

²Produit scalaire : $(f, g) \equiv \int f^*(x)g(x) dx$

de vue physique décrit comment la cause produit un effet en chaque point de l'espace, possède des propriétés de lissage qui agissent sur la fonction source lors de l'intégration [29]. Ainsi, l'opérateur agit comme un filtre spatial passe-bas dont la fréquence de coupure dépend, entre autre, de la distance d'observation. Ce filtre tend à écarter (atténuer fortement) les composantes haute-fréquence et de ce fait l'effet est nécessairement plus « lisse » que la cause.

La difficulté d'inverser le problème peut également s'interpréter en faisant une analogie avec un problème de traitement de signal. Considérons par exemple une sinusoïde basse fréquence noyée dans du bruit de fréquence plus élevée. L'utilisation d'un filtre passe-bas va permettre de rejeter une partie du bruit de fond, de sorte que la sinusoïde apparaîtra moins bruitée. Si maintenant, il fallait retrouver le signal original à partir de ce signal filtré, le filtre tendrait à amplifier les moindres petites perturbations parasites présentes de sorte que le signal obtenu ne correspondrait pas nécessairement à l'original.

La relation (2.24) peut être utilisée pour la résolution du problème inverse en écrivant :

$$q_0(\mathbf{r}_0) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(u_i, p)}{\mu_i} v_i(\mathbf{r}_0) \quad (2.25)$$

Cette expression montre que la solution du problème inverse est décomposée en une somme de fonctions v_i chacune pondérée d'un coefficient $(u_i, p)/\mu_i$. Les valeurs singulières apparaissent ici au dénominateur alors qu'elles étaient présentes au numérateur dans le cas du problème direct. Ceci se répercute sur les termes de la somme associés aux valeurs singulières les plus faibles (d'ordre élevé), qui se voient alors fortement amplifiés dans le cas du problème inverse. Si la fonction p contient du bruit (ce qui est le cas en pratique), certains termes auront alors tendance à diverger, et la somme n'appartient alors plus à l'espace des fonctions de carré sommable.

Le résultat de la somme (2.25) appartient à \mathcal{L}^2 si et seulement si p satisfait la « condition de Picard [29] » :

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{(u_i, p)}{\mu_i} \right)^2 < \infty \quad (2.26)$$

Cette expression traduit la nécessité que la décroissance des valeurs singulières soit plus rapide que celle de la valeur absolue des coefficients (u_i, p) . Cela signifie que la fonction p doit être suffisamment « régulière » (lisse) pour être décrite par l'opérateur. Dans tous les cas, la solution du problème inverse ne peut pas être moins régulière que la fonction p , celle-ci doit avoir une régularité « compatible » avec celle du noyau.

La SVE n'est évidemment pas applicable dans le cas d'un problème réel. En effet, la connaissance du champ de pression et de l'opérateur serait alors nécessaire dans tout l'espace sous forme de fonctions. La formulation analytique présentée ici, avait simplement pour but d'introduire les notions de décomposition d'opérateur, de troncature et de problème mal posé, qui vont être utiles par la suite. L'expression de l'opérateur sous la forme d'une somme de termes permet d'envisager l'éventualité d'une troncature ou d'une sélection d'un certain nombre de termes selon un critère lié à la distance source-observation. L'hypothèse de simplification du champ acoustique avec la distance va pouvoir être étudiée en comparant la régularité de l'opérateur à celle observée sur le champ de pression à une distance donnée.

2.2 Géométrie et discrétisation

La difficulté voire l'impossibilité de résoudre analytiquement un problème de rayonnement quelconque rend la discrétisation incontournable dès que la surface source diffère des quelques géométries compatibles (plan, cylindre, sphère). La discrétisation est une opération qui cherche à représenter une fonction continue par un nombre fini de valeurs appelées « échantillons ». La valeur de la fonction dans les intervalles existants entre les échantillons est obtenue par une interpolation réalisée à partir de la valeur des échantillons.

L'étude d'un problème de rayonnement de structure sous forme discrète nécessite l'échantillonnage spatial de deux domaines : celui de la source, support de l'information vibratoire et associé aux fonctions de gauche [28] dans la décomposition modale (*cf.* § 2.1.3), qui se résume en général à une surface fermée ; et celui de l'observation, support du champ de pression rayonné et associé aux fonctions de droite, qui est un ensemble de points répartis dans l'espace ou éventuellement sur une surface fictive. L'étude de l'évolution du champ de pression en fonction de la distance nécessite de discrétiser des surfaces d'observation fermées entourant la source et s'éloignant progressivement de celle-ci. Il paraît alors difficile, pour des raisons purement pratiques, d'obtenir cet échantillonnage spatial à partir de mesures expérimentales. En effet, l'erreur de mesure sur la pression devient d'autant plus importante que la mesure est réalisée à grande distance de la source, où le bruit environnant tend à masquer le bruit émis par la source étudiée. Au contraire, la mesure d'une grandeur vibratoire sur la surface de la source (déplacement, vitesse ou accélération) est très peu sujette au bruit de fond.

En conséquence, la stratégie adoptée ici consiste à réaliser des mesures vibratoires sur toute la surface de la source et à utiliser la méthode des éléments de frontière (*Boundary Element Method*, noté BEM) pour calculer numériquement le champ de pression de référence, avec l'avantage de conserver une totale liberté d'échantillonnage de l'espace et de s'affranchir des problèmes de bruit de fond. Une forme discrète de l'opérateur de rayonnement est également obtenue à l'aide de la méthode BEM. Dans le cas particulier des sources planes bafflées, le calcul du champ de pression et la construction de l'opérateur peut être effectué à partir d'une forme discrète de l'intégrale de Rayleigh. Ce dernier point fait l'objet du chapitre 3 et une partie du chapitre 4, et n'est par conséquent pas développé ici.

2.2.1 Surface source

La représentation discrète de la source est obtenue par des mesures expérimentales de vibration en un nombre fini de points, espacés régulièrement sur toute la surface émissive. Le choix de l'espacement entre chaque point mesuré ou « pas d'échantillonnage spatial » est une opération qui comporte une part d'arbitraire dans le sens qu'il n'existe pas de relation évidente entre le pas d'échantillonnage et l'erreur résultante. Le plus souvent, ce choix est réalisé par l'imposition d'une contrainte basée sur un « nombre de points par longueur d'onde ». La longueur d'onde correspond, soit à celle du phénomène acoustique se produisant dans le milieu de propagation, elle est alors appelée « longueur d'onde acoustique » et notée λ , soit à celle du phénomène vibratoire décrivant le comportement de la surface S , elle est dans ce cas appelée « longueur d'onde de flexion ³ » et notée λ_f .

Le choix du nombre de points par longueur d'onde (λ ou λ_f) diffère selon les auteurs mais le nombre minimal semble cependant être stable et lié au théorème de l'échantillonnage de Shannon

³La longueur d'onde de flexion $\lambda_f = 2\pi c_f/\omega$ avec c_f , célérité des ondes de flexion, représente la périodicité spatiale du phénomène vibratoire à la fréquence f .

(parfois attribué à Nyquist) qui stipule qu'un signal peut être échantillonné sans perte d'information si le pas Δd entre deux échantillons ne dépasse pas la moitié de la plus petite longueur d'onde présente dans le signal, soit $\Delta d < \lambda_{min}/2$. Dans le cas où la plus petite longueur d'onde étudiée est supérieure à λ_{min} , la procédure d'échantillonnage est précédée, quand cela est possible, d'un filtrage anti-repliement afin d'éliminer les composantes haute fréquence. Contrairement au cas d'un signal électrique analogique, le filtrage sur un phénomène spatial, tel une déformée vibratoire par exemple, est plus difficile à mettre en oeuvre. Le choix d'un pas d'échantillonnage spatial tel que $\Delta d > \lambda_{min}/2$ conduit alors à un repliement qui affecte particulièrement les composantes dont la longueur d'onde est voisine du pas d'échantillonnage.

Il est donc préférable, avant de réaliser la discrétisation, d'avoir une idée de la plus petite longueur d'onde de flexion caractérisant la surface vibrante et de choisir en conséquence un critère de maillage basé sur cette caractéristique. Dans le cas de structures linéaires isotropes, λ_f peut s'obtenir à partir de la fréquence et des caractéristiques intrinsèques du matériau [38, p450]. En pratique, ces informations ne sont pas toujours accessibles, et le choix d'un pas de maillage basé sur λ_f n'est donc pas possible dans ce cas. Le cas échéant, il est possible d'obtenir expérimentalement une estimation d'une longueur d'onde λ_c « caractéristique » du comportement vibratoire de la structure, en effectuant un échantillonnage dense d'une fraction de la surface totale. La visualisation de la déformée mesurée permet alors d'estimer λ_c . Cette estimation devient délicate dès lors que la géométrie de la surface vibrante est complexe et composée de fractions de surfaces de caractéristiques différentes, rendant ainsi la valeur de λ_c dépendante de la portion de surface à partir de laquelle elle est estimée. Il convient donc en pratique d'effectuer un jugement de bon sens pour localiser l'endroit où λ_c est la plus petite. L'estimation du pas d'échantillonnage basé sur une longueur d'onde caractéristique présente également l'inconvénient de conduire, dans certains cas, à un nombre de points de mesures très important. Pour donner un ordre de grandeur, mentionnons par exemple le cas d'un transformateur de grande taille étudié dans le cadre de ce projet. A 200 Hz, fréquence correspondant au premier harmonique et où le rayonnement acoustique est important, la plus petite longueur d'onde caractéristique observée était environ de 60 cm. Le choix, par exemple, de 6 points par λ_c conduit à un pas de 10 cm et, étant donnée que la surface totale du transformateur est approximativement égale à 70 m², le nombre de points de mesure nécessaire pour couvrir la surface totale dépasse alors les 7000 ! De plus, a posteriori, nous avons constaté dans le cas de ce transformateur, que λ_c varie énormément suivant la position sur la surface, et que la plus petite longueur d'onde caractéristique ne correspond qu'à des zones très localisées où le niveau de vibration est en général élevé. Une grande partie de la surface totale possède une longueur d'onde caractéristique plus grande, mais il n'est malheureusement pas possible de le savoir a priori.

Le choix d'un nombre de points par λ_c supérieur à celui préconisé par le théorème de Shannon correspond simplement à la volonté de prévoir une marge de sécurité étant donnée l'imprécision qui peut résulter de l'estimation de λ_c . Ainsi, un nombre de 6 à 8 points par λ_c semble être un bon compromis entre la précision et le nombre de points qu'il occasionne, avec toutefois quelques cas particuliers difficiles à discrétiser.

L'échantillonnage régulier est le plus facile à mettre en oeuvre. Cependant, il nécessite en général un nombre total de points important comparativement à la précision obtenue. L'échantillonnage « idéal » serait celui qui adapte localement son pas à la complexité du phénomène à discrétiser. Ainsi, un maillage « fin » est utilisé uniquement sur les portions de surfaces où la déformée comporte une petite longueur d'onde caractéristique. Au contraire, un maillage plus « lâche » est choisi lorsque la déformée est plus régulière. Ce type d'échantillonnage semble difficile à réaliser a priori de manière expérimentale. En revanche, il semble plus adapté au rééchantillon-

nage a posteriori d'un maillage plus fin, une fois que la déformée est connue. Ce rééchantillonnage peut s'avérer intéressant dans le cas de l'exemple du transformateur cité précédemment. En effet, la mesure de la déformée vibratoire a été effectuée sur un maillage fin (avec le pas de 10 cm) mais la quantité de mesures résultante ne permet pas ensuite de réaliser les calculs souhaités, et ceci en raison des temps de calculs gigantesques (plusieurs années!). En effectuant un rééchantillonnage particularisé pour une déformée donnée, il est alors possible de diminuer considérablement le nombre de points du maillage en ne dégradant que très peu la précision sur la description de la déformée. Il devient alors envisageable de réaliser les calculs dans un temps raisonnable.

A posteriori, il est également possible, à partir d'un maillage vibratoire initial, d'effectuer un rééchantillonnage de la surface émissive en fonction de la précision souhaitée sur le champ de pression rayonné. Ce procédé peut conduire à une simplification considérable du maillage, surtout si la précision sur le champ acoustique n'est souhaitée qu'au-delà d'une certaine distance ou à l'intérieur d'un secteur angulaire limité. Chaque point du maillage initial représente une position potentielle, jouant un rôle plus ou moins important sur la précision du champ de pression. Les combinaisons de positions les plus contributives peuvent être sélectionnées par des algorithmes de tirage aléatoire ou pseudo-aléatoire, de type « algorithme génétique », « recuit simulé », gradient, *etc.* Le maillage final obtenu est alors particularisé au problème considéré dans le sens que la précision n'est garantie que sur les points d'observation du champ de pression. Cette approche est couramment employée pour le placement des actuateurs et/ou des capteurs d'un système de contrôle actif [2, 41, 23].

Il est également possible de réaliser un échantillonnage spatial « aléatoire » qui consiste à représenter la déformée vibratoire sous la forme d'un ensemble de points répartis aléatoirement sur la surface. Cette approche, peu répandue, a la particularité de rompre les symétries du maillage mais nécessite en général un nombre de points plus important.

En résumé, c'est donc la nécessité de minimiser le repliement qui serait à l'origine du choix du pas de maillage. Etant donné la simplification progressive vers laquelle tend le champ acoustique dès que l'on quitte la surface, la densité du maillage est nécessairement suffisante pour décrire le champ acoustique quelle que soit la distance d'observation. En fait, la densité devient très rapidement disproportionnée (dès que la distance d'observation dépasse λ) comparativement à la régularité du champ à représenter.

Chaque point, repéré par l'indice j , où la vitesse normale v_{nj} est mesurée, représente le comportement vibratoire d'une fraction ΔS_j de la surface vibrante, de sorte que $S = \sum_{j=1}^{N_e} \Delta S_j$. La valeur de la vitesse sur chaque élément de surface ΔS_j est supposée constante et égale à celle du point j qui lui est associé, point qui est en général placé au centre de l'élément. Ainsi, l'ensemble des mesures peut être assemblé en un vecteur vitesse :

$$\mathbf{v}_s = [v_{s_1}, v_{s_2}, \dots, v_{s_{N_e}}]^T \quad \text{avec} \quad v_{s_j} = v_{nj}, \quad j \in \{1, \dots, N_e\} \quad \text{m/s} \quad (2.27)$$

ou un vecteur débit :

$$\mathbf{q}_s = [q_{s_1}, q_{s_2}, \dots, q_{s_{N_e}}]^T \quad \text{avec} \quad q_{s_j} = v_{nj} \Delta S_j, \quad j \in \{1, \dots, N_e\} \quad \text{m}^3/\text{s} \quad (2.28)$$

où le symbole T désigne l'opérateur de transposition. Les vecteurs \mathbf{v}_s et \mathbf{q}_s représentent donc une approximation de la source continue sous la forme de N_e points. Les éléments de surface peuvent être soit intégrés dans le vecteur source, sa dimension physique est alors celle d'un débit, soit intégrés dans la matrice contenant l'opérateur sous forme discrète, la dimension physique du vecteur source est dans ce cas celle d'une vitesse.

La pondération appliquée à chaque élément de surface n'est pas nécessairement uniforme, comme nous l'avons choisie ici. Notre choix s'est porté sur la pondération uniforme pour des raisons pratiques. En effet, l'utilisation de capteurs « ponctuels » d'accélération ne fournit que l'information localement à l'endroit où il est fixé. Il existe d'autres types de matériels qui permettent de mesurer la grandeur vibratoire intégrée sur chaque élément. Holland et Fahy [32] proposent une comparaison de deux méthodes d'échantillonnage appliquées à des surfaces vibrantes : l'une correspond à celle adoptée ici (*Point sampling*) et l'autre est basée sur une intégration de la vitesse normale instantanée sur la surface de chaque élément (*Area-integrated sampling*). Les auteurs ont réalisé les mesures avec un capteur de débit prototype, et les calculs du champ rayonné sont basés sur une forme discrète de l'intégrale de Rayleigh. Leurs résultats semblent montrer, qu'un échantillonnage ponctuel conduit en général à une surestimation du champ acoustique rayonné, principalement due à des problèmes de repliement. La seconde méthode d'échantillonnage semble conduire à une estimation plus précise du champ rayonné du fait que l'estimation du débit de chaque élément est elle aussi plus précise.

2.2.2 Surface d'observation

Outre le choix d'un pas d'échantillonnage spatial adapté, il convient également dans le cas des récepteurs de définir la géométrie de la surface sur laquelle ils vont s'appuyer. La géométrie de cette surface doit entre autre permettre de définir une distance séparant la surface source sur laquelle s'appuient les émetteurs décrivant la source, de la surface réceptrice sur laquelle s'appuient les récepteurs d'observation du champ de pression. Ceci est rendu possible par l'utilisation d'un type de surface particulier déjà introduit au § 2.1.2, appelé « surface conforme » [33], construite telle qu'elle conserve une distance constante entre un point donné de celle-ci et le point le plus proche appartenant à la surface source. La figure 2.3 illustre les propos précédents dans le cas d'une surface source convexe de géométrie quelconque. Certaines géométries de surfaces

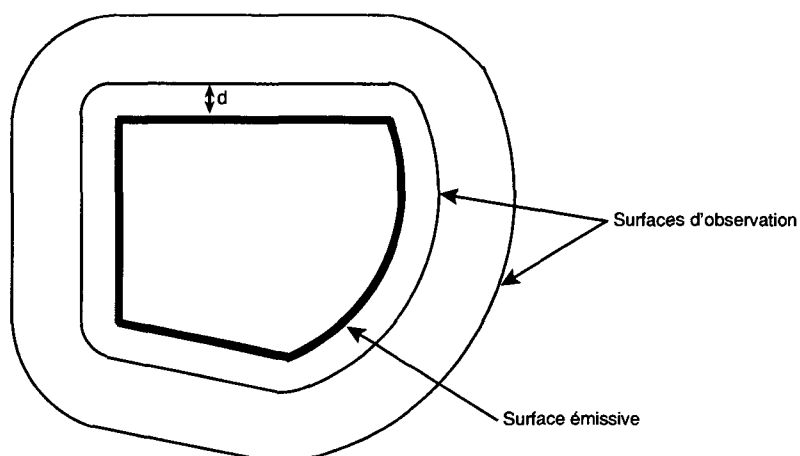


FIG. 2.3 – Géométrie d'une surface conforme dans le cas d'une surface source convexe quelconque.

non-convexes ne permettent pas de définir une surface conforme selon la définition précédente, néanmoins il est généralement possible de définir pour ces cas particuliers une géométrie voisine de la surface conforme.

Le choix de l'utilisation de telles surfaces offre la possibilité, pour n'importe quelle géométrie à coordonnées non séparables, de pouvoir approcher la surface d'observation très près de la source et de manière « homogène », ce qui n'est pas possible avec une surface sphérique ou parallélépipédique par exemple, excepté si la source est une sphère ou un parallélépipède, respectivement. Ce choix se base également sur l'hypothèse que l'énergie rayonnée par une source étendue a tendance

à se propager selon une surface très proche d'une surface conforme [33]. Cette hypothèse semble rejoindre le principe de Huygens qui propose une interprétation du phénomène de propagation en considérant que chaque point source émet un front d'onde sphérique et que la combinaison des fronts d'ondes de tous les points sources forment un front d'onde global, qui à son tour peut être vu comme une source qui se comporte de la même façon que la source originale. L'évolution, selon le principe de Huygens, de la forme du front d'onde lorsqu'il s'éloigne de la source est voisine de celle des surfaces conformes. De ce fait, une surface conforme est considérée ici comme un lieu où l'atténuation géométrique du champ acoustique est sensiblement uniforme et où sa structure en terme de proportion champ réactif/champ actif y est homogène.

Le cas des surfaces planes bafflées représente un cas particulier où la surface d'observation n'entoure pas complètement la source mais s'appuie sur le baffle pour compléter la fermeture. Le baffle étant supposé parfaitement rigide, le flux d'énergie à travers le baffle est nul. La géométrie de la surface conforme dans le cas particulier d'une source plane bafflée est représentée figure 2.4(a) pour une source rectangulaire. La géométrie de cette surface est constituée d'une

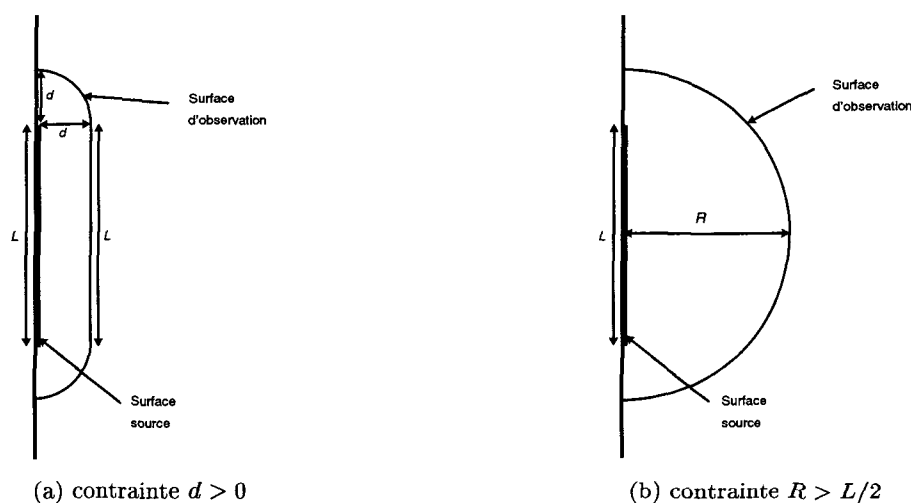


FIG. 2.4 – Géométrie de la surface de récepteurs utilisée dans le cas d'une source plane rectangulaire (a). Comparaison avec la demi-sphère (b)

section centrale plane, parallèle au plan de la source et de même dimensions que celle-ci, et d'une section périphérique en quart de cylindre. On peut constater, dans le cas de la demi-sphère, que lorsque son diamètre devient voisin de la taille de la source, il existe des récepteurs infiniment proches de certains émetteurs (sur les côtés) alors que d'autres sont encore distants du rayon (en face).

Etant donné l'hypothèse de simplification du champ acoustique avec la distance, nous nous attendons ici, intuitivement, à ce que le choix d'un pas de maillage pour chaque surface conforme dépende non seulement de la longueur d'onde (λ, λ_f ou λ_c) mais aussi de la distance séparant la surface émissive de la surface conforme considérée. En effet, la propriété de lissage de l'opérateur tend, au fur et à mesure qu'un front d'onde se propage, à produire un champ acoustique de plus en plus régulier et nécessairement plus régulier que la déformée vibratoire de la source dont il est issu. Par conséquent, le pas d'échantillonnage spatial choisi pour la surface source est nécessairement suffisant pour le maillage des surfaces conformes. En fait, il conduit très rapidement à un nombre très élevé de points étant donnée l'augmentation de la superficie des surfaces conformes au fur et à mesure que celles-ci s'éloignent de la source. En champ lointain, la surface conforme tend progressivement vers la sphère, la structure du champ acoustique n'évolue

plus, le pas d'échantillonnage devient alors angulaire (θ, φ) et ne dépend plus de la distance. Pour des distances plus proches, il semble donc préférable d'envisager de choisir un pas qui évolue en fonction de l'éloignement de la surface conforme, ou plus précisément qui évolue en fonction de sa superficie.

L'état des connaissances dans le domaine de la discrétisation des phénomènes acoustiques ne permet pas actuellement de déterminer un pas d'échantillonnage sans avoir en partie recours au bon sens. Cependant, de nombreuses études ont été réalisées, souvent sur des cas simples, de manière à extraire les principales tendances. Pascal, dans [38, §10.4], compare brièvement les conséquences du choix de l'un ou l'autre des critères de maillage $\lambda/2$ ou $\lambda_f/2$ pour l'échantillonnage spatial d'un plan d'observation situé en champ proche d'une plaque vibrante. Il remarque par exemple que le nombre de points nécessaire pour la discrétisation du plan est proportionnel à la fréquence pour le critère en $\lambda_f/2$ et au carré de la fréquence pour le critère en $\lambda/2$. Ce dernier s'avère conduire à des erreurs importantes en basse fréquence (en deçà de la fréquence critique ⁴ f_c de la plaque) et à un nombre de points surabondant à des fréquences plus élevées (au-delà de f_c). D'après Pascal, le critère basé sur la longueur d'onde de flexion conduit à un nombre de points plus adapté à la complexité du champ acoustique.

Nelson et Elliott [48, §9.14] proposent un aperçu intéressant des différents travaux effectués sur les techniques de contrôle actif du bruit basées sur la répartition discrète de monopôles et de dipôles sur une surface entourant la source. En théorie, une répartition continue de monopôles et de dipôles sur cette surface permettrait de totalement supprimer le champ acoustique à l'extérieur de cette surface sans le modifier à l'intérieur. Lorsque la surface continue est discrétisée, l'annulation du champ n'est plus totale et dépend de l'espacement entre chaque pôle (un monopôle + un dipôle). Ces études ont en commun la recherche de la « surface d'absorption » de chaque pôle, ce qui revient indirectement à déterminer un pas d'échantillonnage spatial fonction de la longueur d'onde acoustique. Parmi les auteurs mentionnés, ce sont les travaux de Konyaev *et al* [37] et Konyaev et Fedoryuk [36] qui se rapprochent le plus de nos préoccupations du fait qu'ils s'intéressent à des surfaces fermées (sphériques) et à l'influence de la distance séparant la source de cette surface. Dans le cas où la source est un monopôle, ils parviennent à une bonne approximation (erreur sur l'amplitude de la pression inférieure à 10^{-3}) du champ émis par la source à condition de respecter le critère $(\lambda/2R)\sqrt{N/\pi} \geq 2.5$ où R est la rayon de la sphère et N le nombre total de pôles utilisés. Ce critère semble montrer que le choix d'un pas situé entre $\lambda/2$ et $\lambda/3$ ($\lambda/2.5$ dans le cas présent) représente un compromis entre l'absorption obtenue et le nombre de points nécessaire. De ce fait, un pas inférieur à $\lambda/2$ conduit à une dégradation très rapide des performances, et un pas supérieur à $\lambda/3$ augmente considérablement le nombre de points nécessaire pour un gain de performances qui n'augmente que très peu.

Contrairement au cas de la surface source, il est difficile d'estimer expérimentalement la complexité du champ acoustique sur une surface conforme donnée. En conséquence, le pas d'échantillonnage de la surface d'observation est déterminé d'une part à partir de la plus petite longueur d'onde caractéristique de la surface source (ou éventuellement à partir de la longueur d'onde de flexion), et d'autre part en se basant sur l'hypothèse de simplification du champ acoustique avec la distance. Ainsi, le pas aura tendance à augmenter au fur et à mesure que la surface conforme s'éloigne et le nombre de récepteurs sera de ce fait maintenu sensiblement constant.

La démarche adoptée est donc la suivante : le pas d'échantillonnage de la surface d'observation la plus proche (placée à une distance équivalente à un pas de maillage de la source) est choisi

⁴La fréquence critique f_c représente la correspondance entre la longueur d'onde de flexion de la plaque et la longueur d'onde acoustique du milieu.

sensiblement égal au pas utilisé pour la discrétisation de la source. Cette opération conduit à un nombre de récepteurs légèrement supérieur au nombre d'émetteurs. Le fait de maintenir le nombre de récepteurs à peu près constant lorsque la surface d'observation s'éloigne va déterminer un pas d'échantillonnage pour chaque distance considérée. De cette manière, l'évolution de la densité de maillage est supposée refléter le changement d'échelle progressif des phénomènes acoustiques avec la distance.

2.3 Formulation discrète du problème

Outre la discrétisation des surfaces, la résolution numérique du problème de rayonnement nécessite également d'exprimer l'intégrale d'une fonction continue sous forme discrète. Ainsi, l'intégration d'une fonction continue F est remplacée par une somme finie comme suit :

$$\iiint_{V_e} F(\mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_0 \approx \sum_{j=1}^{N_e} F_j \Delta V_j, \quad V_e = \sum_{j=1}^{N_e} \Delta V_j \quad (2.29)$$

La relation (2.29) permet d'exprimer la pression acoustique en un point de l'espace selon la relation (2.7) sous forme discrète :

$$p_i \approx j\omega\rho \sum_{j=1}^{N_e} q_{0j} G_{ij} \Delta V_j = j\omega\rho \sum_{j=1}^{N_e} G_{ij} q_j = j\omega\rho \sum_{j=1}^{N_e} G_{ij} v_{nj} \Delta S_j \quad \text{Pa} \quad (2.30)$$

où q_{0j} , G_{ij} et ΔV_j sont respectivement les équivalents discrets de $q_0(\mathbf{r}_0)$, $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ et $d\mathbf{r}_0$ de la relation (2.7). Les termes $q_j = q_{0j} \Delta V_j$ correspondent aux débits (m^3/s) définis selon (2.28).

Dans le cas d'un système composé de N_e émetteurs et N_r récepteurs, la pression peut être exprimée sous la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{p} = \mathbf{M} \mathbf{v}_s \quad \text{Pa} \quad (2.31)$$

$\mathbf{p} \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ et $\mathbf{v}_s \in \mathbb{C}^{N_e \times 1}$ sont des vecteurs colonnes contenant respectivement les valeurs du champ de pression en N_r points de l'espace et les vitesses normales de N_e points source représentatifs du rayonnement de la structure. $\mathbf{M} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_e}$ est une matrice de transfert pression sur vitesse, dont chacun des termes décrit l'effet du $j^{\text{ème}}$ point source sur le $i^{\text{ème}}$ récepteur :

$$M_{ij} = j\omega\rho G_{ij} \Delta S_j \quad \text{Pa/s/m} \quad (2.32)$$

De la même manière, la vitesse particulière en un point de l'espace exprimée selon la relation (2.9) peut s'écrire sous forme discrète :

$$v_i \approx - \sum_{j=1}^{N_e} q_{0j} \nabla G_{ij} \Delta V_j = - \sum_{j=1}^{N_e} \nabla G_{ij} q_j = - \sum_{j=1}^{N_e} \nabla G_{ij} v_{nj} \Delta S_j \quad \text{m/s} \quad (2.33)$$

La vitesse est ici formée par les trois composantes selon les trois axes Ox , Oy et Oz . L'expression de la vitesse étant destinée à établir une formulation discrète de la puissance rayonnée à partir d'une surface entourant la source, seule sa composante normale est dans ce cas nécessaire, ce qui revient à considérer le gradient de la fonction de Green comme une dérivée par rapport à la normale à la surface enveloppe. Sous forme matricielle, la vitesse particulière normale de la surface enveloppe s'écrit alors :

$$\mathbf{v}_n = \mathbf{D} \mathbf{v}_s \quad \text{m/s} \quad (2.34)$$

où $\mathbf{v}_n \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ est la composante normale de la vitesse en N_r points de l'espace répartis sur une surface fermée entourant la source. $\mathbf{D} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_e}$ est une matrice de transfert vitesse sur vitesse, dont chacun des termes décrit l'effet du $j^{\text{ème}}$ point source sur le $i^{\text{ème}}$ récepteur :

$$D_{ij} = -\nabla G_{ij} \Delta S_j \quad 1 \quad (2.35)$$

De par la formulation matricielle choisie, les matrices \mathbf{M} et \mathbf{D} incluent les éléments de surface de la source. Du fait qu'ils peuvent être différents pour chaque point source, chaque colonne des matrices \mathbf{M} et \mathbf{D} est pondérée par un élément de surface ΔS_j associé au point source. Il est également possible d'inclure ces éléments de surface dans le vecteur vitesse \mathbf{v}_s , auquel cas il devient un vecteur de débit acoustique. Le choix d'inclure les éléments de surface dans la matrice de l'opérateur plutôt que dans le vecteur d'excitation a pour conséquence d'accentuer l'importance des trajets acoustiques relatifs aux éléments de grande taille et d'atténuer ceux relatifs aux éléments plus petits. Cette pondération est un trait caractéristique du problème discret et n'existe pas dans le problème continu, où l'élément de surface dS est infinitésimal et identique quel que soit le point source considéré.

Remarque : Il est également possible de formuler le problème discret tel que la pression et la vitesse particulière soient reliés au débit acoustique (et non à la vitesse normale) de la source. Les éléments de surface sont dans ce cas inclus dans le vecteur source \mathbf{q}_s (cf. relation (2.28)) et les matrices \mathbf{M} et \mathbf{D} ont respectivement la dimension d'une pression sur un débit (Pa/m^3) et d'une vitesse sur un débit (m^{-2}). Les colonnes ne sont dans ce cas plus pondérées et chaque terme représente un trajet acoustique entre un point source et un point récepteur, indépendant de l'élément de surface associé à chaque point source.

La formulation discrète du problème selon (2.31) et (2.34) avec l'ensemble des récepteurs confinés sur une surface fictive entourant la source conduit à un problème différent du problème continu défini par (2.7) et (2.9), du fait que les opérateurs ont été particularisés pour un nombre fini de points récepteurs répartis dans un sous-ensemble de l'espace V_e . Ce problème peut dans certains cas être « voisin » du problème continu si par exemple les récepteurs de la surface d'observation sont suffisamment proches de la source pour capter la composante réactive du champ acoustique. La formulation discrète selon (2.31) et (2.34) peut également conduire à un problème voisin du problème continu dans le cas où la représentation discrète de l'espace n'est pas réduite à un ensemble de récepteurs regroupés sur une surface, mais consiste en une répartition des récepteurs dans la totalité du domaine V_e . Il serait alors possible, en faisant tendre N_e et N_r vers l'infini, d'approcher le problème continu.

La fonction de Green G (ou son gradient), du fait qu'elle est continue, possède généralement un nombre infini de degrés de liberté. Sa forme discrète, caractérisée par la matrice de transfert \mathbf{M} (aux facteurs de proportionnalité/pondération près), est de rang fini et possède de ce fait un nombre fini de degrés de liberté, égal au nombre d'émetteurs caractérisant la source. L'augmentation du nombre de degrés de liberté tend à améliorer la précision du calcul de l'intégrale (problème direct) mais tend également à accroître le caractère « mal conditionné » du problème et rend ainsi l'opération d'inversion délicate (problème inverse) [29]. La difficulté d'inverser le problème provient en fait de la propriété de « lissage » du noyau G , noyau qui tend à atténuer les composantes spatiales hautes fréquences (variations brutales, effets de bords) de la fonction par laquelle il est multiplié lors d'une intégration.

2.4 Expression de la puissance rayonnée

La puissance (active) rayonnée par une structure peut être déterminée dès la surface émissive si la pression pariétale et la vitesse normale sont connues. Le caractère conservatif de l'intensité

active rend la puissance active indépendante de la surface enveloppe à partir de laquelle elle est calculée. Par conséquent, l'étude de l'évolution du champ acoustique en fonction de la distance ne permet pas l'utilisation d'une formulation basée sur la puissance rayonnée comme l'ont fait Cunefare et Noelle Currey [19, 22], Elliott et Johnson [24, 35], Sarkissian [52], Photiadis [49], Naghshineh et Koopmann [46, 45], Borgiotti [6] et Borgiotti et Jones [8] pour la modélisation du champ lointain. Le choix s'est porté sur un estimateur, basé sur la sommation des carrés de pression en un certain nombre de points, comme l'ont fait Borgiotti *et al.* [10, 9, 7], et qui correspond à la puissance rayonnée si l'estimation est effectuée à partir d'une sphère de récepteurs entourant la source et située en champ lointain. Cette approche laisse la possibilité de faire varier les caractéristiques de la surface d'observation (distance et forme).

2.4.1 Puissance de référence

Tout d'abord, nous nous intéressons à l'obtention d'une formulation discrète de la puissance basée sur la sommation des vecteurs intensité normale en chaque point récepteur de la surface enveloppe considérée ou bien en chaque point émetteur de la surface émissive. Cette formulation servira de référence car elle correspond à l'expression discrète de la puissance exacte. La discrétisation est donc appliquée aux relations énergétiques (2.13) et (2.14) établies au § 2.1.2. La discrétisation de la géométrie du problème se limitant à des surfaces, l'intégrale sur le volume n'est pas prise en compte, seules les grandeurs traversant la surface S_r sont considérées, c'est à dire celles associées à l'intensité complexe $\mathbf{\Pi}$. Ainsi, la puissance liée au flux à travers S_r s'exprime sous forme discrète :

$$W = - \sum_{i=1}^{N_r} \Pi_{ni} \Delta S_{ri} = - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_r} p_i v_{ni}^* \Delta S_{ri} \quad W \quad (2.36)$$

où ΔS_{ri} est l'élément de surface associé au $i^{\text{ème}}$ point récepteur, de sorte que $S_r = \sum_{i=1}^{N_r} \Delta S_{ri}$. En explicitant la pression et la vitesse normale selon (2.30) et (2.33), et en tenant compte des relations (2.32) et (2.35), la puissance peut s'exprimer sous la forme matricielle suivante :

$$W = \mathbf{v}_s^H \mathbf{Z} \mathbf{v}_s \quad W \quad (2.37)$$

avec

$$\mathbf{Z} = -\frac{1}{2} \mathbf{D}^H \Delta \mathbf{S}_r \mathbf{M} \quad \text{Pa m s} \quad (2.38)$$

où le symbole H désigne l'opérateur de transconjugaison. $\Delta \mathbf{S}_r \in \mathbb{R}^{N_r \times N_r}$ est une matrice diagonale formée par les éléments de surface ΔS_{ri} . $\mathbf{Z} \in \mathbb{C}^{N_e \times N_e}$ est une matrice complexe, dont la symétrie⁵ n'est absolument pas garantie, étant donnée la pondération des colonnes des matrices \mathbf{M} et \mathbf{D} par les éléments de surface de la source, et la pondération des lignes de \mathbf{Z} par les éléments de surface de la surface enveloppe. La symétrie de la matrice est ici une propriété importante car elle permet directement d'identifier la partie réelle et imaginaire de la puissance à la partie réelle et imaginaire de \mathbf{Z} , respectivement [14]. En fait, \mathbf{Z} est symétrique uniquement dans le cas d'une discrétisation elle aussi parfaitement symétrique des surfaces du problème. Bien que la propriété de symétrie, liée au principe de réciprocité, soit vérifiée dans le cas de l'opérateur continu équivalent, il n'en est pas nécessairement de même dans le cas de l'opérateur discret. Cependant, l'expérience semble montrer que la matrice \mathbf{Z} présente une forte tendance à la symétrie, même si la discrétisation ne présente pas de symétrie particulière.

⁵Une matrice est symétrique si $\mathbf{A} = \mathbf{A}^T$, $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{N \times N}$

Si l'on exprime cette matrice sous la forme d'une partie réelle et d'une partie imaginaire $\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_r + j \mathbf{Z}_i$, la puissance s'exprime alors :

$$W = \mathbf{v}_s^H \mathbf{Z}_r \mathbf{v}_s + j \mathbf{v}_s^H \mathbf{Z}_i \mathbf{v}_s \quad W \quad (2.39)$$

où le terme associé à la partie réelle s'identifie à la puissance active définie selon (2.13), et le terme associé à la partie imaginaire s'identifie à la puissance réactive traversant S_r , ou autrement dit au flux lié à la partie imaginaire \mathbf{J} de l'intensité complexe. Un moyen simple d'estimer le degré de symétrie consiste à s'assurer que la partie imaginaire de chaque terme (celui associé à la puissance active et celui associé à la puissance réactive) de la relation (2.39) est suffisamment petite par rapport à la partie réelle pour être considérée comme négligeable. En effet, si la matrice est parfaitement symétrique, cette partie imaginaire doit être nulle. Soit par exemple une matrice $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ qui est « presque » symétrique. La pré-multiplication et la post-multiplication par un vecteur $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ conduit à :

$$\mathbf{x}^H \mathbf{A} \mathbf{x} = K + j \varepsilon, \quad \varepsilon \ll K, \quad K, \varepsilon \in \mathbb{R} \quad (2.40)$$

Par identification, en supposant ε suffisamment petit, la puissance active s'exprime donc :

$$W_a = \mathbf{v}_s^H \mathbf{Z}_r \mathbf{v}_s \quad W \quad (2.41)$$

La puissance active W_a servira essentiellement de référence pour la puissance rayonnée en champ lointain et permettra de maintenir constant la qualité du maillage pour les différentes surfaces d'observation. En effet, un calcul de la puissance active effectué sur chaque enveloppe permettra d'ajuster la densité du maillage sur chacune d'elle de manière à conserver une puissance constante quelle que soit la surface d'observation.

D'autre part, la puissance active pouvant, à la limite, s'obtenir directement à partir de la surface de la structure, il en découle que la matrice \mathbf{Z}_r ne dépend pas non plus de la surface enveloppe qui sert à l'obtenir, y compris lorsque celle-ci coïncide avec la surface émissive. Cette matrice est, par conséquent, proportionnelle à la matrice de résistance de surface qui relie la vitesse normale de la surface vibrante à la pression pariétale. Ainsi, la matrice de résistance de surface peut aussi s'obtenir à partir de la pression et de la vitesse en un certain nombre de points répartis sur une surface enveloppe.

La relation (2.41) ainsi que des variantes légèrement différentes sont fréquemment utilisées sous leurs formes modales pour représenter la puissance rayonnée en champ lointain d'une structure vibrante. Elle est le plus souvent utilisée en considérant que la surface enveloppe coïncide avec la surface émissive. Certains auteurs [24, 35, 14] ont choisis d'intégrer les éléments de surface au sein de la matrice de transfert, mais le plus souvent, il précisent également qu'ils utilisent un maillage régulier où tous les éléments de surface sont identiques afin de garantir la symétrie de l'opérateur. Cette approche n'introduit donc pas de pondération mais impose le choix de maillages uniformes pour la représentation discrète de la surface source, ce qui peut devenir un inconvénient dans le cas de géométries complexes. D'autres [21, 19, 46] ont choisis d'intégrer les éléments de surface au sein de la matrice de transfert tout en utilisant un maillage irrégulier de la surface source, c'est l'approche qui est présentée ici. Les propriétés de symétrie parfaite ne sont dans ce cas plus garanties. Puis, la dernière approche rencontrée dans la littérature [47, 48], consiste à construire des opérateurs reliant une grandeur (pression, vitesse) à un débit et non à une vitesse. Ainsi, les éléments de surface sont pris en compte dans le vecteur source et non dans la matrice de l'opérateur. Une rapide évaluation de cette approche a semblé montrer qu'elle conduit à un opérateur dont les propriétés de symétrie sont moins marquées qu'avec l'approche adoptée ici, particulièrement dans le cas de maillages irréguliers. Le respect de la symétrie de l'opérateur

me semble être un point important étant donné qu'il l'est effectivement dans le domaine continu.

La partie de la puissance réactive W_r qui traverse S_r est appelée ici W_{rf} (indice « f » comme « flux ») et s'exprime par identification avec la relation (2.39) :

$$W_{rf} = \mathbf{v}_s^H \mathbf{Z}_i \mathbf{v}_s \quad \text{W (2.42)}$$

La puissance réactive liée au flux W_{rf} , que l'on appellera abusivement puissance réactive, est une grandeur qui dépend de la distance et de la géométrie de la surface d'observation, ce qui est par conséquent également le cas de la matrice \mathbf{Z}_i . Cette dernière tend vers la matrice nulle lorsqu'elle est évaluée à partir d'une surface située à très grande distance de la source, traduisant la disparition des effets réactifs en champ lointain, et tend vers la matrice de réactance de surface lorsque cette surface tend vers la surface émissive, traduisant alors la variation d'énergie interne sur tout le domaine extérieur à la surface émissive. La puissance réactive permettra d'évaluer quelle est l'extension spatiale des phénomènes réactifs et ainsi estimer au-delà de quelle distance ils deviennent négligeables.

2.4.2 Estimateur de la puissance rayonnée

L'approximation de la puissance rayonnée, définie par la relation (2.22), nécessitant uniquement la connaissance du champ de pression, s'exprime sous la forme matricielle suivante :

$$W_p = \frac{1}{2\rho c} \mathbf{p}^H \Delta \mathbf{S}_r \mathbf{p} \quad \text{W (2.43)}$$

où ρ et c sont respectivement la masse volumique (Kg/m^3) du fluide et la célérité du son (m/s). Il est important ici de préciser que la relation (2.43) représente une bonne estimation de la puissance rayonnée uniquement si la surface S_r est une sphère située en champ lointain, où l'hypothèse de propagation en ondes planes est admise localement. Dans ce cas, l'égalité $W_p = W_a$ est respectée. En champ proche, la relation de proportionnalité entre la vitesse particulaire et la pression $\mathbf{v} = \mathbf{p}/\rho c$ n'est plus valable, et par conséquent W_p n'est plus un bon estimateur de la puissance rayonnée.

En explicitant la pression selon (2.31) dans (2.43), et en utilisant la propriété de l'opérateur transconjugué $(\mathbf{M}\mathbf{v}_s)^H = \mathbf{v}_s^H \mathbf{M}^H$, il vient :

$$W_p = \mathbf{v}_s^H \mathbf{H} \mathbf{v}_s \quad \text{W (2.44)}$$

avec

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2\rho c} \mathbf{M}^H \Delta \mathbf{S}_r \mathbf{M} \quad \text{Pa m s (2.45)}$$

où $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_e \times N_e}$ est une matrice complexe hermitienne⁶.

Bien que W_p ne soit plus représentative de la puissance rayonnée en champ lointain lorsque la surface d'observation est rapprochée de la structure, cette expression est malgré tout choisie comme critère de minimisation car elle représente une grandeur plus facilement mesurable que l'intensité, qui serait nécessaire à l'utilisation de la relation (2.41). W_p représente donc simplement la somme des carrés de pression d'un ensemble d'éléments de surface ΔS_{ri} répartis sur une surface entourant la source, et correspond ainsi à ce que capterait un ensemble de microphones répartis

⁶Une matrice est hermitienne (ou hermitique) si $\mathbf{A} = \mathbf{A}^H$, $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{N \times N}$

autour d'une source de bruit. En champ proche, W_p reflète donc, et de manière indissociable a priori, les composantes actives et réactives du champ de pression. En pratique, il peut être difficile d'estimer la surface des éléments associés à chaque microphone. Dans le cas où les microphones sont à peu près régulièrement espacés, il est possible de choisir un élément de surface moyen identique pour chaque microphone et égal au rapport entre la surface totale couverte par les microphones et leur nombre. La matrice diagonale $\Delta \mathbf{S}_r$ est alors remplacée par une simple constante égale à la surface élémentaire, et la relation (2.43) demeure potentiellement un bon estimateur de la puissance rayonnée en champ lointain. Dans le cas où les microphones sont irrégulièrement espacés, il est encore possible de se passer des surface élémentaires individuelles. La matrice $\Delta \mathbf{S}_r$ est alors supprimée ainsi que la constante $1/2\rho c$ qui de ce fait perd son utilité. La relation (2.43) n'est plus dans ce cas un estimateur de la puissance rayonnée mais simplement la somme des carrés de pression sur les microphones, représentative du champ acoustique local.

Ainsi, nous obtenons deux expressions analogues de la puissance rayonnée W (relation (2.37)) et W_p (relation (2.44)), toutes deux fonctions de la répartition de vitesse normale sur la surface émissive. Ces deux expressions diffèrent uniquement par la nature de leur opérateur.

L'un, \mathbf{Z} , résulte du produit de deux matrices différentes, l'une proportionnelle à la matrice de Green, traduisant un caractère monopolaire (\mathbf{M}), et l'autre proportionnelle au gradient de la matrice de Green, traduisant un caractère dipolaire (\mathbf{D}).

L'autre, \mathbf{H} , résulte du produit d'une seule matrice par sa transconjuguée, celle proportionnelle à la matrice de Green.

Ainsi, la seule différence entre ces deux matrices de transfert consiste en un remplacement de la matrice \mathbf{D} par la matrice \mathbf{M} dans l'expression de l'opérateur, traduisant la négligence de la composante de la vitesse en quadrature avec la pression. Lorsque la surface d'observation est située en champ lointain, la matrice \mathbf{D} tend, à une constante près, vers la matrice \mathbf{M} . Lorsque la surface d'observation est située en champ proche, \mathbf{D} tend au contraire à différer de \mathbf{M} , d'autant plus que l'on se rapproche de la source. Bien que l'estimateur W_p (relation (2.44)) ne converge pas vers la puissance rayonnée dans le cas où la surface d'observation est située en champ proche, nous l'utiliserons tout de même afin d'étudier l'évolution de l'écart entre la puissance rayonnée W_a et son estimation W_p en fonction de la distance d'observation.

Remarque : Les différentes formes discrètes de la puissance exprimées au § 2.4 sont toutes fonction de la répartition de vitesse normale sur la surface de la source. Il est également possible de construire un opérateur tel que ces expressions soient fonctions de la pression pariétale et non de la vitesse normale, en exprimant la pression et la vitesse particulière sur les récepteurs (relations (2.31) et (2.34)) en fonction de la pression pariétale. Les expressions adoptées ici semblent cependant plus adaptées à la pratique du fait que la vitesse normale est en général plus facilement mesurable.

2.5 Représentation modale du problème de rayonnement

Ce paragraphe consiste à appliquer une décomposition modale aux expressions de la puissance établies dans le paragraphe précédent. La décomposition, appliquée à un opérateur de rayonnement, conduit à une matrice contenant les valeurs singulières de l'opérateur, et à une ou deux matrices (suivant la dimension l'opérateur) contenant les vecteurs propres. Cette décomposition aboutit à une expression de la puissance sous la forme de « modes de rayonnement » indépendants les uns des autres, dans le sens que le rayonnement d'un des modes n'est pas modifié et ne modifie pas le rayonnement des autres modes. Les éléments de base nécessaires à la

compréhension et à l'utilisation de la décomposition en valeurs singulières dans un problème de rayonnement sont présentés en annexe A. Un complément d'information sur l'aspect mathématique de la SVD pourra être obtenu en consultant [27], [12], [26] et [49]. Son utilisation dans le cadre de l'étude sur l'évolution du champ acoustique avec la distance est présenté ci-après.

L'étude se limite au cas d'un système surdéterminé (nombre de récepteurs > nombre d'émetteurs), pour lequel le rang de la matrice contenant l'opérateur est recherché de manière à obtenir une précision donnée à une distance source-observation imposée. Ce problème peut être posé sous la forme d'un problème de minimisation au sens des moindres carrés :

$$|\hat{W} - W| \leq \varepsilon \quad W \quad (2.46)$$

où ε représente l'écart absolu entre la puissance de référence (W) et celle estimée (\hat{W}). Il est important de remarquer que le problème ainsi posé n'a pas l'objectif de parvenir à la meilleure solution en terme de précision (solution de norme minimale) mais au contraire de rechercher le rang minimal de la matrice, au sens de la précision prédéfinie. Il s'agit donc de comprendre et de maîtriser le lien existant entre le rang et la précision.

2.5.1 Puissance de référence

Nous nous intéressons ici à la représentation modale de la puissance de référence, c'est à dire celle formulée selon la relation (2.41) et dont l'opérateur nécessite la connaissance de la pression et de la vitesse sur les récepteurs. Cette approche est largement rencontrée dans la littérature sur ce sujet, elle est brièvement décrite comme élément de comparaison avec l'approche développée par la suite. La SVD s'effectue ici sur l'opérateur $\mathbf{Z}_r \in \mathbb{R}^{N_e \times N_e}$ dont les termes ont la dimension du produit entre une surface (m^2) et un rapport d'une pression acoustique sur une vitesse :

$$\mathbf{Z}_r = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^H \quad \text{Pa m s} \quad (2.47)$$

L'opérateur \mathbf{Z}_r représente un cas particulier de la SVD du fait qu'il est réel et symétrique (ou supposé symétrique). De ce fait, les matrices \mathbf{U} et \mathbf{V} sont identiques et réelles, et l'opérateur de transconjugaison est remplacé par celui de transposition. La relation (2.47) s'exprime alors :

$$\mathbf{Z}_r = \mathbf{V}^T \mathbf{S} \mathbf{V} \quad \text{Pa m s} \quad (2.48)$$

$\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_{N_e}] \in \mathbb{R}^{N_e \times N_e}$ est une matrice orthogonale⁷, chacune de ses colonnes contient un vecteur propre de l'opérateur \mathbf{Z}_r . L'ensemble de ces vecteurs propres forment une base orthonormée, chacun d'eux représente un profil (discret) de vitesse particulier, la superposition des différents vecteurs propres permet de construire n'importe quelle répartition de vitesse arbitraire de la source.

Le vocabulaire associé aux vecteurs propres varie selon les auteurs et ne désigne pas toujours exactement les mêmes entités. Ils sont nommés « *singular velocity/radiation patterns* » par Borgiotti [6] et Borgiotti et Jones [7, 8], « *acoustic radiation modes* » par Cunefare et Currey [19, 22], « *acoustic basis functions* » par Naghshineh et Koopmann [46, 45], « *generalized modes of the surface source strength* » and « *generalized radiation modes* » par Photiadis [49], « *source modes* » ou « *velocity modes* » par Sarkissian [52] et « *radiation modes* » par Elliott et Johnson [24, 35]. Le point commun de ces différentes appellations est qu'elles font toutes référence à un problème discret. Un problème continu est en général à l'origine du problème discret mais ce dernier n'en est pas nécessairement représentatif, étant donnée la grande liberté de choix laissée dans la manière de discrétiser. Etant donné le caractère adimensionnel des termes d'une

⁷Une matrice \mathbf{A} est orthogonale si $\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{I}_N$, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{N \times N}$, $\mathbf{I}_N \in \mathbb{N}^{N \times N}$ matrice identité

matrice orthogonale, une appellation basée sur les termes vitesse, pression ou débit me semble inappropriée. Par la suite, nous choisirons l'appellation « modes de rayonnement », traduction de l'appellation utilisée par Elliott et Johnson, et nous utiliserons aussi l'appellation « modes » pour simplifier l'écriture. Il faut cependant remarquer que ce ne sont pas des modes au sens strict du terme, il s'agit plutôt de traces de modes sur des surfaces. Bien qu'abusive, nous choisissons tout de même cette appellation pour employer un vocabulaire usuel.

$\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{N_e \times N_e}$ est une matrice diagonale qui contient un ensemble décroissant de valeurs réelles positives notées $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{N_e}$ et appelées valeurs propres. La dimension physique des valeurs propres correspond d'une manière générale à celle des termes de la matrice sur laquelle s'opère la décomposition, soit ici $\mathbf{P} \mathbf{a} \mathbf{m} \mathbf{s}$. Dans le cas de cette formulation, une valeur propre peut être interprétée comme la capacité, pour une géométrie de problème (discret) donné, qu'un état des émetteurs soit propagé vers le champ lointain, ceci indépendamment de la déformée de la source. Les valeurs propres sont proportionnelles à « l'efficacité de rayonnement » de chaque mode. Du fait de la décroissance des valeurs propres, seuls les quelques premiers modes possèdent une forte aptitude à transférer de l'énergie vers le champ lointain. Les modes d'ordre plus élevé voient leurs aptitudes respectives décroître très rapidement au point de devenir négligeables.

En introduisant la relation (2.48) dans l'expression de la puissance active (relation (2.41)) et en posant $\mathbf{c} = \mathbf{V} \mathbf{v}_s$, il vient :

$$W_a = \mathbf{c}^H \mathbf{S} \mathbf{c} \quad \text{W (2.49)}$$

La relation (2.49) peut également s'exprimer sous la forme d'une somme qui fait apparaître les valeurs propres et les vecteurs propres de l'opérateur :

$$W_a = \sum_{j=1}^{N_e} \sigma_j |c_j|^2 \quad \text{W (2.50)}$$

avec

$$c_j = \mathbf{v}_j^H \mathbf{v}_s \quad j \in \{1, \dots, N_e\} \quad \text{m/s (2.51)}$$

La relation (2.50) décompose la puissance active sous la forme d'une somme de contributions indépendantes les unes des autres. Chaque terme $|c_j|$ peut être interprété comme un coefficient de couplage entre la distribution de vitesse \mathbf{v}_s et le $j^{\text{ème}}$ mode de rayonnement de la source défini par le vecteur propre \mathbf{v}_j . Ce dernier étant sans dimension, le coefficient de couplage porte la dimension du vecteur vitesse.

Chaque terme $\sigma_j |c_j|^2$ contribue donc à une fraction plus ou moins importante de la puissance active. La contribution d'un mode dépend donc de deux paramètres : sa valeur propre et son coefficient de couplage. Le premier dépend uniquement de la géométrie du problème, c'est à dire de la position relative des émetteurs, il est donc complètement indépendant de la déformée de la source. Le second dépend à la fois de la géométrie, par l'intermédiaire des vecteurs \mathbf{v}_j , et du type d'excitation appliqué aux émetteurs de la source, par l'intermédiaire du vecteur vitesse \mathbf{v}_s . Si ces deux valeurs sont élevées, le mode correspondant contribuera de façon importante à la puissance rayonnée. Au contraire, si une des deux valeurs est faible, voire les deux, le mode aura une contribution plus faible, voire négligeable. En pratique, la décroissance très rapide des valeurs propres en basse fréquence (source de taille inférieure à λ) l'emporte sur les coefficients $|c_j|$ et rend ainsi la contribution des modes d'ordre élevé négligeable même si le couplage est élevé. Lorsque la source devient plus grande que la longueur d'onde, la décroissance des valeurs propres est moins rapide, rendant possible l'apparition de coefficients de couplages suffisamment élevés pour s'imposer face aux valeurs propres d'ordre élevé.

L'intérêt essentiel de cette approche est qu'elle permet d'obtenir une représentation modale de la puissance rayonnée en champ lointain uniquement à partir de grandeurs pariétales (pression et vitesse normale). Il n'est donc pas nécessaire ici d'utiliser une surface de récepteurs entourant la source. Cependant, la puissance active étant conservative, l'opérateur \mathbf{Z}_r peut également être construit à partir d'une surface enveloppe entourant la source à condition de connaître la pression et la composante de la vitesse particulaire normale à cette surface en chacun des récepteurs qui la constitue. L'opérateur qui en résulterait serait sensiblement identique à celui obtenu à partir des grandeurs pariétales et la représentation modale resterait inchangée. En revanche, cette formulation ne permet pas de suivre l'évolution du champ acoustique lorsque l'on s'éloigne de la source, étant donnée qu'elle représente la puissance rayonnée en champ lointain et ce quelle que soit la surface enveloppe considérée.

L'utilisation de cette approche avec une surface entourant la source est en pratique difficilement réalisable étant donné qu'en chaque point récepteur, la connaissance de la pression et de la vitesse est nécessaire. Un tel dispositif demanderait donc l'utilisation d'intensimètres, appareils dont la précision n'est pas toujours suffisante lorsqu'ils sont utilisés en milieu extérieur et dans le domaine de fréquence qui nous intéresse ici (basse fréquence). Dans le cas où cette approche est utilisée avec les grandeurs pariétales, la mesure de la vitesse normale n'est plus un problème en pratique car elle peut être réalisée à même la surface émissive à l'aide d'accéléromètres ou capteurs équivalents, moins coûteux, plus robustes et plus précis. La mesure de la pression pariétale est cependant moins aisée étant donné que la position des microphones est supposée être infiniment proche de la surface émissive, ce qui en pratique n'est évidemment pas réalisable. D'une manière générale, l'inconvénient majeur de cette approche, est qu'elle nécessite la connaissance de deux types de grandeurs.

2.5.2 Estimateur de la puissance rayonnée

Nous nous intéressons maintenant à la représentation modale de l'estimateur de la puissance rayonnée, c'est à dire celle basée sur la relation (2.44) exposée au § 2.4.2. La construction de l'opérateur ne nécessite dans ce cas que la connaissance de la pression acoustique sur les récepteurs. L'opérateur \mathbf{H} étant une matrice hermitienne, il peut s'exprimer sous la forme :

$$\mathbf{H} = \mathbf{F}^H \mathbf{F} \quad \text{Pa m s} \quad (2.52)$$

où \mathbf{F} se déduit simplement par identification avec la relation (2.45) :

$$\mathbf{F} = \sqrt{\frac{\Delta \mathbf{S}_r}{2\rho c}} \mathbf{M} \quad \sqrt{\text{Pa m s}} \quad (2.53)$$

La matrice $\sqrt{\Delta \mathbf{S}_r}$ est une matrice diagonale formée par la racine carrée de chaque élément de surface. $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_e}$ est donc une matrice résultant de la pondération de chaque ligne i de l'opérateur \mathbf{M} par la constante $\sqrt{\Delta S_{ri}/2\rho c}$. La décomposition en valeurs singulières peut soit être réalisée directement sur l'opérateur \mathbf{H} , soit sur la matrice \mathbf{F} (cf. annexe A). Dans le second cas, la SVD laisse la possibilité de pouvoir exprimer soit la puissance, par l'intermédiaire de la relation (2.52), soit la pression acoustique sur les récepteurs, en utilisant la relation suivante :

$$\mathbf{p} = \left(\sqrt{\frac{\Delta \mathbf{S}_r}{2\rho c}} \right)^{-1} \mathbf{F} \mathbf{v}_s \quad \text{Pa} \quad (2.54)$$

où le symbole $^{-1}$ désigne l'opérateur d'inversion matricielle. Du fait que la matrice à inverser est diagonale, l'inversion se résume ici à une simple inversion terme à terme. La SVD est donc

effectuée sur l'opérateur \mathbf{F} de la manière suivante :

$$\mathbf{F} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^H \quad \sqrt{\text{Pa m s}} \quad (2.55)$$

Du fait que \mathbf{F} est une matrice rectangulaire complexe et qu'elle ne possède pas de propriétés particulières (symétrie, hermiticité), sa décomposition représente ici le cas le plus général de la SVD. Les notations \mathbf{U} , \mathbf{S} , \mathbf{V} et autres symboles relatifs à la décomposition modale sont communs aux deux expressions mais n'ont pas nécessairement la même signification. Ainsi par exemple, la matrice \mathbf{S} contient les valeurs propres σ_j de l'opérateur \mathbf{Z}_r dans le cas de l'expression de la puissance de référence, et contient les valeurs singulières λ_j de l'opérateur \mathbf{F} dans le cas de l'expression de l'estimateur de la puissance rayonnée.

$\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{N_r}] \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$ et $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_{N_e}] \in \mathbb{C}^{N_e \times N_e}$ sont des matrices unitaires⁸. Les colonnes de \mathbf{V} contiennent chacune un vecteur propre de l'opérateur et qui permettent de représenter n'importe quel état des émetteurs de la source. De même, les colonnes de \mathbf{U} contiennent également des vecteurs propres, qui permettent de représenter un état quelconque des récepteurs de la surface d'observation. Les vecteurs \mathbf{u}_j et \mathbf{v}_j sont respectivement les « vecteurs propres de gauche » et les « vecteurs propres de droite » de l'opérateur. L'intérêt de décomposer l'opérateur \mathbf{F} plutôt que \mathbf{H} apparaît ici du fait qu'il est possible de représenter l'état des émetteurs mais aussi celui des récepteurs, ce qui n'est plus possible si la SVD est directement appliquée à l'opérateur \mathbf{H} .

$\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{N_r \times N_e}$ est une matrice diagonale qui contient un ensemble décroissant de valeurs réelles positives notées $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{N_e}$ et appelées valeurs singulières. La dimension physique des valeurs singulières correspond à la dimension des termes de \mathbf{F} , soit ici $\sqrt{\text{Pa m s}}$. De la même manière que dans le cas de l'expression précédente, une valeur singulière est représentative d'un transfert d'énergie d'un domaine vers un autre, mais cette fois-ci le transfert a lieu entre les émetteurs de la source et les récepteurs de la surface d'observation, et non entre les émetteurs et le champ lointain. Les valeurs singulières sont elles aussi indépendantes de la déformée de la source et dépendent uniquement de la géométrie du problème, décrite par la position des émetteurs et des récepteurs. N_r et N_e sont respectivement le nombre de récepteurs et d'émetteurs.

L'analyse du contenu de chaque colonne des matrices \mathbf{U} et \mathbf{V} fait apparaître que chacune d'elle correspond à un « profil » particulier, caractérisé par un certain nombre de ventres et de lignes nodales, un exemple qualitatif dans le cas d'une source linéïque est représenté figure 2.5. Les différents profils n'apparaissent pas obligatoirement dans un ordre croissant de ventres ou de

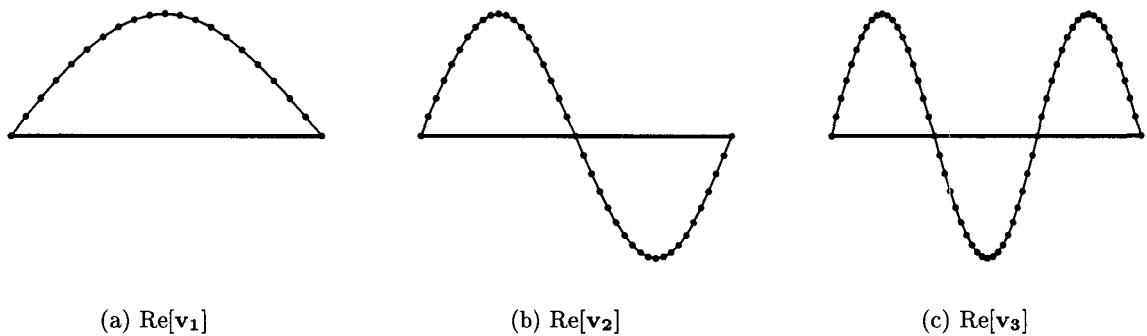


FIG. 2.5 – Exemple du contenu de quelques colonnes de \mathbf{V} - Cas d'une source linéïque.

lignes nodales, comme c'est le cas de la figure 2.5. C'est en général le cas pour les sources linéïques

⁸Une matrice \mathbf{A} est unitaire si $\mathbf{A}^H \mathbf{A} = \mathbf{I}_N$, $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{N \times N}$, $\mathbf{I}_N \in \mathbb{N}^{N \times N}$ matrice identité

et planes, mais en qui concerne les sources à géométrie plus complexe, l'ordre d'apparition des différents profils peut apparaître « désordonné », dans le sens que des profils complexes peuvent apparaître avant des profils plus simples (en terme de nombre de ventres ou de lignes nodales). L'expérience a semblé montrer que dans le cas de sources à géométrie plus complexe, il existe des profils « globaux », se manifestant sur l'ensemble de la surface émissive, et des profils « locaux », se manifestant préférentiellement sur une fraction (une face par exemple) de la surface émissive. De ce fait, certains modes locaux complexes peuvent avoir une efficacité de rayonnement supérieure à celle de modes globaux plus simples, pouvant avoir un fort débit local mais un débit global faible (issu de l'action contraire de ventres adjacents par exemple). Les colonnes de la matrice \mathbf{U} contiennent les mêmes profils que ceux contenus dans les colonnes de \mathbf{V} , excepté qu'ils sont portés par les récepteurs.

Du fait que l'estimateur de la puissance rayonnée dépend de la position des récepteurs, la représentation modale du problème va également avoir tendance à évoluer en fonction de la forme et de la position relative de la surface de récepteurs par rapport à la surface qui porte les émetteurs. Les modes de rayonnements et leurs efficacités de rayonnement respectives vont donc eux aussi évoluer et ne seront que le reflet du champ de pression au niveau de la surface réceptrice.

La relation (2.55) peut également s'exprimer sous la forme d'une somme qui fait apparaître les valeurs singulières et les vecteurs propres $\mathbf{u}_j \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ et $\mathbf{v}_j \in \mathbb{C}^{N_e \times 1}$, colonnes des matrices \mathbf{U} et \mathbf{V} , respectivement :

$$\mathbf{F} = \sum_{j=1}^{N_e} \mathbf{u}_j \lambda_j \mathbf{v}_j^H \quad \sqrt{\text{Pa m s}} \quad (2.56)$$

La borne supérieure de la somme est déterminée par le nombre de valeurs singulières de l'opérateur, nombre qui est égal à la plus petite dimension de celui-ci. La relation (2.56), exprimée avec la borne supérieure de la somme égale à N_e est donc uniquement valable pour un système sur-déterminé, pour lequel le nombre de récepteurs est supérieur au nombre d'émetteurs ($N_r > N_e$). Dans le cas d'un système sous-déterminé, la borne serait égale à N_r . On remarque également que les vecteurs colonnes $\mathbf{u}_{j > N_e}$ ne sont pas utilisés dans la sommation. Dans la relation (2.55), ces derniers sont multipliés par les lignes nulles de \mathbf{S} et n'ont par conséquent aucune utilité réelle dans le cas d'un système surdéterminé.

Le « conditionnement » (au sens de la norme Euclidienne) de la matrice \mathbf{F} défini, par le rapport entre la valeur singulière la plus élevée (λ_1) et la plus faible (λ_{N_e}) :

$$\kappa_2(\mathbf{F}) = \frac{\lambda_1}{\lambda_{N_e}} \quad 1 \quad (2.57)$$

fournit une information sur la proportion de vecteurs indépendants (ligne ou colonne) dans cette matrice. Un conditionnement élevé est le reflet d'une matrice qui comporte un certain nombre de vecteurs très proches, la matrice est dite « mal conditionnée ». Dans le cas d'un problème de rayonnement où la matrice \mathbf{F} contient des trajets acoustiques, le conditionnement peut donner une information sur la compatibilité entre la densité du maillage de la source et la distance d'observation. Du fait qu'une valeur élevée de conditionnement traduise une redondance d'information au sein de la matrice de l'opérateur, il permet aussi de mettre en évidence la possibilité de pouvoir sélectionner, au sein de la matrice, l'information « utile » et d'écarter l'information « inutile ». Du fait que les valeurs singulières tendent à décroître lorsque l'ordre j augmente, les termes de la somme de la relation (2.56) vont eux aussi avoir tendance à décroître, jusqu'à devenir très petits devant les premiers termes. L'information utile peut donc être assimilée

aux termes non négligeables de la somme, c'est à dire ceux à partir desquels il est possible de représenter l'opérateur avec la précision voulue.

La pression acoustique sur les récepteurs s'obtient alors en introduisant la relation (2.56) dans la relation (2.54) :

$$\mathbf{p} = \left(\sqrt{\frac{\Delta \mathbf{S}_r}{2\rho c}} \right)^{-1} \sum_{j=1}^{N_e} \mathbf{u}_j \lambda_j \mathbf{v}_j^H \mathbf{v}_s \quad \text{Pa (2.58)}$$

En exprimant le coefficient de couplage selon la relation (2.51), il vient :

$$\mathbf{p} = \left(\sqrt{\frac{\Delta \mathbf{S}_r}{2\rho c}} \right)^{-1} \sum_{j=1}^{N_e} \mathbf{u}_j \lambda_j c_j \quad \text{Pa (2.59)}$$

Le fait d'avoir choisi d'appliquer la SVD à l'opérateur \mathbf{F} plutôt que \mathbf{H} offre donc la possibilité supplémentaire d'observer la pression acoustique sur les récepteurs. Ceci nous permettra par exemple d'étudier et de visualiser les conséquences d'une troncature de la somme sur la pression acoustique.

Intéressons nous maintenant à l'estimateur de la puissance rayonnée. En explicitant \mathbf{F} selon (2.55) dans la relation (2.52), et en l'introduisant dans l'expression de la puissance selon (2.44), il vient :

$$W_p = \mathbf{v}_s^H (\mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^H)^H (\mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^H) \mathbf{v}_s \quad \text{W (2.60)}$$

En utilisant la propriété de l'opérateur transconjugué $(\mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V})^H = \mathbf{V}^H \mathbf{S}^H \mathbf{U}^H$, ainsi que la propriété d'orthogonalité $\mathbf{U}^H \mathbf{U} = \mathbf{I}_{N_r}$, W_p peut alors s'exprimer sous la forme :

$$W_p = \mathbf{v}_s^H \mathbf{V} \mathbf{S}^T \mathbf{S} \mathbf{V}^H \mathbf{v}_s \quad \text{W (2.61)}$$

L'introduction du coefficient de couplage selon (2.51) permet finalement d'exprimer la puissance sous la forme d'une somme de N_e termes :

$$W_p = \sum_{j=1}^{N_e} \lambda_j^2 |c_j|^2 \quad \text{W (2.62)}$$

D'une manière générale, la relation (2.62) décompose l'expression quadratique du champ de pression sous la forme d'une somme de contributions indépendantes (au sens de la puissance rayonnée, pas au sens des déformées) les unes des autres. Nous rappelons ici que cette expression est une estimation de la puissance rayonnée en champ lointain, uniquement si la surface de récepteurs entourant la source est située à une distance correspondant au champ lointain. La présence des valeurs singulières élevées au carré correspond en fait aux valeurs propres σ_j de l'opérateur \mathbf{H} , correspondant au problème carré $\mathbf{F}^H \mathbf{F}$ associé. De ce fait, l'application de la SVD directement sur \mathbf{H} conduit à la même expression de la puissance selon (2.62) mais, du fait que la SVD est réalisée sur une matrice carrée hermitienne, les vecteurs propres \mathbf{u}_j n'apparaissent pas dans la décomposition. La signification des coefficients $|c_j|$ est la même que dans le cas de la l'expression précédente, à savoir qu'ils s'apparentent au couplage entre la distribution de vitesse de la source et chaque mode de rayonnement. Leur dimension est toujours dans ce cas celle d'une vitesse.

Chaque terme $\lambda_j^2 |c_j|^2$ contribue maintenant à une fraction plus ou moins importante du champ de pression, ou de la puissance, suivant la position de la surface réceptrice. La contribution d'un

mode dépend toujours, dans ce cas, de deux paramètres : sa valeur singulière (en fait sa valeur propre, puisque la valeur singulière apparaît élevée au carré) et son coefficient de couplage. Le premier dépend uniquement de la géométrie du problème, c'est à dire de la position relative des émetteurs et des récepteurs. Le second possède exactement les mêmes propriétés que dans l'expression précédente. Si ces deux valeurs sont élevées, le mode correspondant contribuera de façon importante au champ acoustique sur les récepteurs. Au contraire, si une des deux valeurs est faible, voire les deux, le mode aura une contribution plus faible, voire négligeable. En pratique, la décroissance des valeurs singulières est gouvernée par deux paramètres : la longueur d'onde acoustique λ et la distance « d'observation » d entre la surface portant les émetteurs et celle portant les récepteurs. Le nombre de valeurs singulières élevées est plus important soit lorsque la fréquence augmente (λ diminue), soit lorsque la distance d'observation décroît. Ces deux cas correspondent à des situations où la structure spatiale du champ acoustique est plus complexe. Lorsque la fréquence augmente, le nombre de lobes de directivité tend à augmenter quelle que soit la géométrie de la structure. Lorsque la distance d'observation décroît, les récepteurs captent une partie de la composante réactive du champ acoustique, qui tend également à accroître la complexité de la structure spatiale du champ. Un nombre important de valeurs singulières élevées tendra alors à augmenter la possibilité qu'un grand nombre de termes de la somme soient eux aussi élevés. La taille de la source est également un paramètre qui tend à influencer sur la complexité du champ acoustique. D'une manière générale, plus la source est de grande taille par rapport à λ , plus son rayonnement tend à s'éloigner de celui du monopôle, et donc plus la structure du champ acoustique résultant est complexe. Lorsque la distance d'observation est suffisamment grande, l'expression selon (2.62) tend vers celle de référence, selon (2.50), du fait que W_p devient un bon estimateur de la puissance rayonnée.

Une telle expression a donc pour objectif de permettre l'étude de l'évolution de la structure spatiale du champ acoustique en fonction des divers paramètres mentionnés ci-dessus, et particulièrement la distance d'observation. La définition d'un objectif en terme de précision recherchée sur le champ acoustique permet de réaliser une sélection des termes de la somme, nécessaires pour atteindre cette précision. Les termes de la somme, conservés après la sélection, correspondent au « nombre de degrés de liberté » du champ acoustique à la distance d'observation considérée.

Revenons pour terminer ce paragraphe à l'efficacité de rayonnement introduite au § 2.1.2. Nous pouvons maintenant définir l'efficacité de rayonnement pour un mode j , en introduisant dans η (relation (2.23)) la puissance rayonnée par un mode, obtenue à partir de la relation (2.50) ou (2.62), il vient alors :

$$\eta_j = \frac{2N_e}{\rho c S} \sigma_j = \frac{2N_e}{\rho c S} \lambda_j^2 \quad 1 \quad (2.63)$$

Cette expression a la même signification que η lorsque la déformée vibratoire de la surface émissive correspond à celle d'un mode de rayonnement. Ainsi, ce facteur permet d'évaluer la capacité d'un mode à transférer de l'énergie vers le champ lointain. L'efficacité de rayonnement d'un mode dépend de nombreux paramètres liés essentiellement à la géométrie la source.

2.6 Estimation du nombre de degrés de liberté nécessaire

L'estimation du nombre de degrés de liberté (noté d.d.l.) consiste à déterminer le nombre minimal de modes nécessaires pour reproduire le champ de pression rayonné par la source à une distance et une précision fixées. Cette approche se base sur une sélection par ordre décroissant d'importance des termes de la relation (2.62) ou (2.50). Chaque nouveau terme sélectionné est donc à la fois inférieur ou égal au précédent sélectionné et supérieur à tous les autres non sélectionnés. Le nombre de degrés de liberté correspond donc ici au nombre de termes à conserver dans

la somme pour que la précision fixée soit atteinte. La méthode de sélection des termes utilisée est le résultat d'un choix visant à obtenir une précision avec un minimum de termes. Ceci représente un aspect important pour une application de contrôle actif où l'ajout d'un terme se traduit par un mode supplémentaire à traiter et donc un nombre indéterminé de voies d'actuateurs et de capteurs à intégrer dans le système.

La précision souhaitée $\varepsilon(W_p)$ sur le champ de pression (éventuellement sur la puissance) à une distance donnée s'écrit :

$$\varepsilon(W_p) = \frac{W_p - \hat{W}_p}{W_p}, \quad 0 \leq \varepsilon(W_p) \leq 1 \quad 1 \quad (2.64)$$

où W_p correspond à l'estimateur de la puissance rayonnée selon (2.62) et \hat{W}_p est une estimation résultant de la sélection dans (2.62) d'un certain nombre de termes de la somme. La dépendance à la distance n'apparaît pas dans la notation mais est déterminée implicitement par la position de la surface de récepteurs. Nous avons vu précédemment que W_p n'est pas nécessairement une bonne estimation de la puissance rayonnée en champ lointain, par conséquent, W_p sera a priori (avant sélection des d.d.l.) et a posteriori (après sélection des d.d.l.) comparée à W_a , afin d'évaluer l'erreur commise par l'emploi de cette expression, destinée normalement au champ lointain.

Cette précision détermine également l'atténuation maximale de la puissance rayonnée qu'un système de contrôle actif peut réaliser :

$$\text{Att} = -10 \log_{10} (\varepsilon(W_p)) \quad \text{dB} \quad (2.65)$$

Pour donner un ordre de grandeur, une atténuation de 10 dB nécessite un système capable de reproduire 90 % de la puissance acoustique rayonnée par la source, soit $\varepsilon(W_p) = 0.1$. La relation (2.65) étant représentative d'une atténuation de la puissance uniquement si les récepteurs sont en champ lointain, il s'en suit qu'il n'est pas garantie, à ce stade, que la précision $\varepsilon(W_p)$ atteinte sur des récepteurs situés en champ proche se traduise par une précision du même ordre de grandeur en champ lointain.

L'estimation \hat{W}_p est le résultat de la sélection dans la relation (2.62) des termes de la somme les plus élevés, c'est à dire ceux qui contribuent majoritairement au champ de pression sur les récepteurs. Contrairement aux valeurs singulières, les coefficients de couplage $|c_j|$ ne sont pas classés dans un ordre particulier du fait qu'ils dépendent de la déformée de la source. Les termes $\lambda_j^2 |c_j|^2$ de la relation (2.62) ne sont donc pas obligatoirement classés par ordre décroissant. L'expression de \hat{W}_p nécessite donc au préalable un remaniement de la relation (2.62) de manière à ordonner les différents termes de la somme et permettre une troncature :

$$\hat{W}_p = \sum_{k=1}^{N_t} \lambda_{j(k)}^2 |c_{j(k)}|^2, \quad j \in \{1, \dots, N_e\}, \quad N_t \leq N_e \quad \text{W} \quad (2.66)$$

L'indice j indique toujours le classement initial des termes dans la somme et l'indice k précise maintenant le nouveau classement des termes par ordre décroissant de contribution. Ainsi par exemple, un terme noté $\lambda_{2(1)}^2 |c_{2(1)}|^2$ signifie que le deuxième terme de la somme possède la contribution la plus importante, d'où le « 1 » entre parenthèses. N_t représente le nombre de degrés de liberté, correspondant ici nombre minimal de termes à conserver dans la somme pour que la précision fixée $\varepsilon(W_p)$ soit atteinte sur les récepteurs choisis.

L'approche utilisée, consistant à sélectionner les termes en fonction de l'importance de leur contribution, est le résultat d'un choix basé sur l'hypothèse que la minimisation du nombre de

degrés de liberté tend à minimiser le nombre d'actuateurs nécessaires pour contrôler le champ. Cependant, il n'est pas démontré que c'est effectivement le cas. Ce critère de sélection n'est évidemment pas le seul possible, la plupart des auteurs précédemment cités effectuent une troncature de la série sans ordonner les termes et conservent ainsi tous les termes inférieurs à un certain ordre. Les coefficients de couplage ne sont donc pas pris en compte dans ce cas. Cette approche peut s'avérer intéressante dans le cas où la déformée de la source n'est pas connue, ou bien dans le cas où la source est petite par rapport à λ , cas où l'ordre d'apparition initial des termes dans la somme correspond approximativement à un classement par ordre décroissant de contribution. L'étude peut dans ce cas se baser uniquement sur la géométrie du problème et la troncature est alors déterminée uniquement à partir des valeurs singulières.

Dans le cas où la précision souhaitée est élevée, la sélection par ordre de contribution est difficilement évitable car les quelques termes les plus élevés constituent en général une proportion importante du total et ne pas les sélectionner reviendrait à ne pas atteindre la précision souhaitée. En revanche, dans le cas où la précision est fixée à une valeur moins élevée, la sélection des termes à contributions élevées n'est pas indispensable et peut être remplacée par un plus grand nombre de termes à contributions moins élevées. Il existe alors dans ce cas une grande liberté dans la manière de sélectionner les termes. Dans ce cas, le choix des termes peut être orienté en fonction de l'application pratique envisagée.

Dans le cas d'un système de contrôle actif par exemple, où les différents modes sélectionnés sont voués à être contrôlés par un ensemble d'actuateurs répartis sur ou à proximité de la surface émissive, il peut être intéressant de choisir un terme au regard de la déformée du mode auquel il est associé et du type d'actuateur utilisé. En effet, un actuateur, suivant son type (haut-parleur, actuateur structurel), possède une aptitude plus ou moins grande à agir sur une portion de surface rayonnante, son action peut être soit étendue, soit localisée sur une petite parcelle. Par conséquent, dans le cas où les actuateurs utilisés ont plutôt une action localisée, il est préférable de choisir des termes associés à des modes dont la déformée est composée de ventres de « petite » taille, adaptée au pouvoir d'action de l'actuateur, quitte à multiplier le nombre d'actuateurs fonctionnant en parallèle pour traiter plusieurs zones localisées d'un même mode. En revanche, si les actuateurs utilisés dans le système de contrôle actif ont la capacité de « traiter » une zone plus étendue, il est alors préférable de sélectionner des termes de la somme correspondant à des modes dont la déformée est étendue, comme la déformée de type monopolaire, par exemple.

2.7 Filtrage spatial de la répartition de vitesse

La sélection des degrés de liberté définie au § 2.6 permet d'obtenir une nouvelle répartition de vitesse résultant de la conservation des modes prépondérants sur la surface de récepteurs située à la distance d . Cette opération tend à éliminer les modes de contributions peu élevées, c'est à dire ceux dont la valeur singulière est faible, traduisant une faible capacité à rayonner, et d'autre part ceux dont le coefficient $|c_j|$ est faible, traduisant un couplage moindre entre la répartition de vitesse de la source et le mode en question. Ainsi, la répartition de vitesse simplifiée, notée $\hat{\mathbf{v}}_s$, peut être assimilée à la composante « efficace » de la vitesse, qui contribue au rayonnement acoustique sur les récepteurs.

La relation (2.54), permettant d'exprimer le champ de pression sur les récepteurs à partir de la répartition de vitesse de la source, peut également être utilisée pour réaliser l'opération inverse : exprimer la répartition de vitesse à partir de la pression sur les récepteurs. Ainsi, \mathbf{v}_s

peut s'exprimer sous la forme :

$$\mathbf{v}_s = \mathbf{F}^+ \left(\sqrt{\frac{\Delta \mathbf{S}_r}{2\rho c}} \right) \mathbf{p} \quad \text{m/s} \quad (2.67)$$

où le symbole $^+$ désigne l'opérateur de pseudo-inversion, définie sous forme matricielle et pour l'opérateur \mathbf{F} par :

$$\mathbf{F}^+ = \mathbf{V} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{U}^H \quad (\text{Pa m s})^{-1/2} \quad (2.68)$$

Du fait que \mathbf{S} est diagonale, l'obtention de son inverse se résume à l'inversion terme à terme de la diagonale. La diagonale de la matrice \mathbf{S}^{-1} est donc formée par l'inverse de chaque valeur singulière. Ce type de technique d'inversion matricielle n'est généralement pas applicable directement en raison de problèmes d'instabilité occasionnés par l'inversion des valeurs singulières les plus faibles, très souvent contaminées par du bruit de fond. Ce problème est généralement résolu en utilisant des méthodes dites de « régularisation », qui consistent à écarter les valeurs singulières très faibles avant de réaliser l'inversion du problème. Dans notre cas, le problème d'instabilité ne se pose pas du fait que la sélection des degrés de liberté décrite au § 2.6 et réalisée « en amont », est en soi une méthode de régularisation.

L'obtention de la répartition de vitesse simplifiée $\hat{\mathbf{v}}_s$ nécessite donc d'exprimer, avant l'opération de pseudo-inversion, l'opérateur \mathbf{F} sous sa forme régularisée, de sorte qu'il ne soit construit qu'à partir des degrés de liberté préalablement sélectionnés :

$$\hat{\mathbf{F}} = \sum_{k=1}^{N_t} \mathbf{u}_{j(k)} \lambda_{j(k)} \mathbf{v}_{j(k)}^H, \quad j \in \{1, \dots, N_e\}, \quad N_t \leq N_e \quad \sqrt{\text{Pa m s}} \quad (2.69)$$

Ainsi, $\hat{\mathbf{F}} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_e}$ est une approximation de l'opérateur \mathbf{F} , formé par la somme des N_t termes préalablement sélectionnés en appliquant la relation (2.66). Sa pseudo-inverse $\hat{\mathbf{F}}^+ \in \mathbb{C}^{N_e \times N_r}$ s'exprime alors sous une forme analogue, où les valeurs singulières sont simplement remplacées par leur inverse :

$$\hat{\mathbf{F}}^+ = \sum_{k=1}^{N_t} \mathbf{v}_{j(k)} \left(\frac{1}{\lambda_{j(k)}} \right) \mathbf{u}_{j(k)}^H, \quad j \in \{1, \dots, N_e\}, \quad N_t \leq N_e \quad (\text{Pa m s})^{-1/2} \quad (2.70)$$

La répartition de vitesse filtrée $\hat{\mathbf{v}}_s \in \mathbb{C}^{N_e \times 1}$ s'obtient alors en introduisant la pseudo-inverse de l'opérateur régularisé selon (2.70) dans la relation (2.67), soit :

$$\hat{\mathbf{v}}_s = \left(\sum_{k=1}^{N_t} \mathbf{v}_{j(k)} \left(\frac{1}{\lambda_{j(k)}} \right) \mathbf{u}_{j(k)}^H \right) \left(\sqrt{\frac{\Delta \mathbf{S}_r}{2\rho c}} \right) \hat{\mathbf{p}}, \quad j \in \{1, \dots, N_e\}, \quad N_t \leq N_e \quad \text{m/s} \quad (2.71)$$

où $\hat{\mathbf{p}} \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ est la pression acoustique sur les récepteurs, issue de la sélection des degrés de liberté. Le vecteur $\hat{\mathbf{p}}$ est obtenu à partir de la relation (2.58) en ne conservant dans la somme que les termes correspondant aux degrés de liberté retenus selon les critères exposés au § 2.6. En explicitant $\hat{\mathbf{p}}$ dans (2.71) et en utilisant la propriété d'orthogonalité $\mathbf{u}_{j(k)}^H \mathbf{u}_{j(k)} = 1$, il vient :

$$\hat{\mathbf{v}}_s = \sum_{k=1}^{N_t} \mathbf{v}_{j(k)} c_{j(k)}, \quad j \in \{1, \dots, N_e\}, \quad N_t \leq N_e \quad \text{m/s} \quad (2.72)$$

où $c_{j(k)}$ représente le coefficient de couplage, selon (2.51), entre la répartition de vitesse d'origine \mathbf{v}_s (sans troncature) et le $j^{\text{ème}}$ mode de la source, caractérisé par la $k^{\text{ème}}$ plus importante contribution.

Ce procédé est fréquemment interprété comme un filtrage spatial des composantes évanescentes de la répartition de vitesse. Le caractère « évanescent » ou « non propagatif » d'un mode étant défini comme un mode ayant une faible aptitude à rayonner en champ lointain, ce terme perd sa signification lorsque la surface réceptrice se situe en champ proche ou à une distance intermédiaire ne correspondant pas encore complètement à une situation de champ lointain. En effet, les modes sélectionnés pour leur contribution ne sont que le reflet du champ acoustique existant sur la surface réceptrice et par conséquent, ceux-ci ne sont pas nécessairement écartés par le filtrage. Par conséquent, il me semble plus adapté d'apparenter ce procédé à un filtrage spatial des composantes « amont » de la vitesse, à savoir celles qui contribuent au champ acoustique dans l'intervalle de distance situé entre la surface émissive et la surface réceptrice. Cette interprétation se base sur l'hypothèse que les modes sélectionnés pour modéliser le champ acoustique sur une surface de récepteurs donnée continuent à le modéliser en « aval » de cette surface, avec une précision proche de celle fixée au départ. Selon cette hypothèse, le filtrage peut donc conduire à une sélection de termes associés à des modes évanescents, mais dans tous les cas, le filtrage est également supposé conduire à la sélection des modes nécessaires à la modélisation du champ lointain, et ce même si la sélection est réalisée à partir d'une surface réceptrice située en champ proche. Nous avons souligné au § 2.1.2 que, selon la délimitation du champ acoustique en trois zones d'éloignement de la source, proposée par Holmer [33], la zone la plus proche (champ proche hydrodynamique) était largement dominée par des phénomènes de circulation. Par conséquent, il est probable, que l'hypothèse précédente ne soit valable qu'au-delà d'une certaine distance, correspondant approximativement à la seconde zone (champ proche acoustique), où les phénomènes de champ proche sont toujours présents mais en proportion moins importante.

La répartition de vitesse filtrée $\hat{\mathbf{v}}_s$ ainsi obtenue permet maintenant de calculer le champ acoustique sur d'autres récepteurs que ceux qui ont servis à la sélection des degrés de liberté. Cependant, étant donné la simplification appliquée à la répartition de vitesse d'origine, il est probable que la précision fluctue suivant la ou les positions des nouveaux récepteurs choisis.

2.8 Précision du champ de pression simplifié

A ce stade, un certain nombre de modes ont été sélectionnés à partir du champ acoustique existant sur une surface de récepteurs entourant la source. Ces modes ont permis de construire une nouvelle répartition de vitesse simplifiée, supposée garantir la précision prédéfinie pour la surface de récepteurs considérée. Plusieurs questions peuvent alors être posées :

- La répartition de vitesse filtrée $\hat{\mathbf{v}}_s$ conduit-elle à la même précision si le champ de pression est calculé sur la même surface d'observation mais avec un pas plus petit entre les récepteurs (maillage plus dense) ?
- La répartition de vitesse filtrée $\hat{\mathbf{v}}_s$ permet-elle de calculer le champ de pression en aval (à une distance plus grande) de la surface réceptrice initiale avec la même précision ?
- Qu'en est-il de la précision sur la puissance rayonnée ?

Ces trois questions cherchent en fait à définir le domaine de validité de la répartition de vitesse obtenue. La première question a pour but de s'interroger sur la qualité de la discrétisation du problème, en vérifiant par exemple la précision du champ de pression entre les récepteurs initiaux. Une dégradation de la précision peut éventuellement signaler un problème relatif à la décomposition ou à la discrétisation de la surface réceptrice. Par exemple, un pas d'échantillonnage spatial trop grand, c'est à dire incompatible avec la variation spatiale du champ de pression,

peut conduire à une trop grande liberté laissée au processus de minimisation au sens des moindres carrés, qui peut alors se manifester par une erreur importante entre les récepteurs. La deuxième question pose le problème de la validité de la répartition de vitesse obtenue pour le calcul du champ de pression à plus grande distance, notamment en champ lointain. La conservation de la précision en aval pourrait signifier que la méthode de sélection des degrés de liberté proposée tend à choisir entre autre les modes contribuant au champ lointain. La troisième question correspond en réalité à une conséquence de la précédente, dans le sens que si la précision est conservée en aval, il s'ensuit que la puissance doit, elle aussi, être correctement estimée.

Le calcul du champ de pression sur un nouvel ensemble de récepteurs nécessite la construction d'un nouvel opérateur \mathbf{M} , décrivant maintenant les trajets acoustiques entre les positions des émetteurs de la source (inchangés) et celles des nouveaux récepteurs. La pression acoustique s'obtient ensuite directement en utilisant la relation (2.31), en y introduisant successivement \mathbf{v}_s (répartition de vitesse originale) et $\hat{\mathbf{v}}_s$ (répartition de vitesse filtrée). Nous obtenons alors respectivement deux vecteurs pression, l'un correspondant au champ de pression « de référence », et l'autre au champ de pression « filtré ». Puis, l'introduction successive de ces deux vecteurs dans l'expression de l'estimateur de la puissance rayonnée selon (2.43) permet d'en déduire W_p et \hat{W}_p , respectivement. La matrice $\Delta \mathbf{S}_r$ est construite à partir des nouveaux éléments de surface associés à chaque nouveau récepteur. Finalement, ces deux valeurs permettent de déduire la précision $\varepsilon(W_p)$ recherchée sur les récepteurs choisis, en utilisant la relation (2.64). La procédure décrite permet donc de calculer l'erreur sur un ensemble de récepteurs, occasionnée par le filtrage de la répartition de vitesse. En revanche, elle ne permet pas, sans prendre quelques précautions, d'évaluer l'erreur commise sur la puissance active rayonnée.

Le calcul de la précision sur la puissance active peut s'effectuer en réalisant la procédure décrite ci-dessus, en choisissant de calculer le champ de pression sur une surface de récepteurs fermée entourant la source, située en champ lointain, et de préférence avec une répartition homogène des récepteurs sur la surface choisie. Dans un premier temps, le calcul de la puissance active de référence W_p peut être effectué successivement avec différents pas de maillage pour la surface réceptrice. La stabilisation du résultat obtenu lorsque le pas diminue permettra de choisir un pas acceptable. Puis, l'estimation \hat{W}_p issue de la répartition de vitesse filtrée est obtenue à partir de la même surface de récepteurs, la précision s'en déduit comme précédemment. Précisons également que l'estimation \hat{W}_p peut être directement comparée à W_a estimée selon (2.41), si les grandeurs nécessaires à la construction de l'opérateur \mathbf{Z}_r sont accessibles.

Des éléments de réponses aux questions précédentes seront apportées aux chapitres 3 et 4, consacrés à la validation numérique de la méthode sur des sources planes et sur la cuve d'un transformateur de puissance.

La démarche exposée dans ce chapitre a pour objectif général de rechercher à simplifier le problème du rayonnement acoustique en milieu extérieur d'une structure vibrante. Suite à une présentation du formalisme analytique sous-jacent et une interprétation des différents phénomènes énergétiques participant aux mécanismes du rayonnement, nous nous sommes intéressés à la manière de transposer le problème sous une forme discrète, adaptée à l'implémentation numérique. Notre choix s'est porté sur la discrétisation de deux surfaces fermées : l'une destinée à représenter le comportement vibratoire de la source, et l'autre, entourant la surface émissive à une distance constante (surface conforme) et destinée à représenter le champ acoustique rayonné par la source à une certaine distance.

Puis, l'étude s'est portée sur une méthode qui consiste en une représentation modale du problème de rayonnement. Le champ acoustique rayonné par les émetteurs de la source vers les récepteurs de la surface d'observation est exprimé sous la forme d'un ensemble de modes de rayonnement, qui possèdent la propriété de rayonner indépendamment les uns des autres.

L'étude de ces modes a révélé que certains d'entre eux possèdent une forte efficacité de rayonnement alors que d'autres contribuent de manière négligeable au champ acoustique sur les récepteurs. Cette constatation nous a permis d'élaborer un modèle simplifié, basé sur la sélection des modes les plus efficaces. Le nombre nécessaire de modes pour représenter le champ acoustique (avec une précision préalablement définie) sur les récepteurs de la surface d'observation fournit une information sur la complexité du champ à cette distance, complexité caractérisée par le nombre de degrés de liberté.

L'étude de l'évolution du nombre de degrés de liberté nécessaires en fonction de la distance séparant la surface émissive de la surface réceptrice va permettre d'apporter des éléments d'informations sur l'évolution de la complexité du champ acoustique au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la source. Les chapitres suivants sont consacrés à l'application de cette méthode à des sources planes bafflées et à la cuve d'un transformateur de puissance, dans le but d'évaluer ses avantages, ses inconvénients, ses limites et les applications pratiques qui peuvent en découler, particulièrement dans le domaine du contrôle actif.

Chapitre 3

Analyse et validation numérique préliminaires

Ce chapitre est consacré à l'analyse de phénomènes relativement bien connus, notamment ceux liés à la géométrie et à la discrétisation des surfaces émissive et réceptrice. Cette partie permet au lecteur non averti de prendre connaissance de certaines notions indispensables à la compréhension de la suite. Par ailleurs, le lecteur pressé ou déjà accoutumé à ces phénomènes pourra se contenter de consulter le § 3.1, consacré à la description de la géométrie du problème, et nécessaire à la lecture de la première partie du chapitre 4. L'étude est menée sur des sources planes rectangulaires bafflées. Ce type de source permet d'effectuer de nombreuses investigations sans pour autant nécessiter une importante puissance de calcul. Le principal intérêt de l'étude d'un cas plan réside dans la connaissance analytique de la matrice d'impédance de transfert, décrivant les trajets acoustiques entre les différents émetteurs et récepteurs. Ainsi, il est possible de construire cette matrice pour un grand nombre de points en un temps de calcul raisonnable. Le calcul du champ de pression s'effectue à partir de l'expression discrète de l'intégrale de Rayleigh. Cette étude des sources planes permet déjà de mettre en évidence de nombreuses tendances et d'effectuer quelques interprétations.

Après une brève description des différentes approches utilisées pour la discrétisation des surfaces émissive et réceptrice, ce chapitre est consacré à l'étude de la décomposition en valeurs singulières proprement dite, où l'on se propose d'analyser le comportement des valeurs singulières et des vecteurs propres en fonction d'un certain nombre de paramètres tels que la discrétisation des surfaces, la taille et la forme de la source.

3.1 Géométrie du problème

La géométrie étudiée est celle d'un problème de rayonnement extérieur dans un demi-espace. La source est une surface plane de dimension $l \times L$, $l \leq L$ placée dans un plan rigide infini (xOy) en $z = 0$, frontière du domaine fluide. L'observation du champ de pression (dans $z > 0$) s'effectue en un nombre fini de points répartis sur une surface fictive entourant la source. La surface fictive est située dans le demi-espace $z > 0$ et sa fermeture est assurée par le raccordement avec le plan infini.

La discrétisation du problème consiste à réaliser un échantillonnage spatial des surfaces émissive et réceptrice. La discrétisation du plan infini n'est pas nécessaire compte tenu du formalisme adopté, basé sur une forme discrète de l'intégrale de Rayleigh, et dont la fonction de Green prend déjà en compte les effets de sa présence.

3.1.1 Maillage régulier

L'échantillonnage est dit « régulier » lorsque les points sont répartis de manière périodique sur la surface. Les pas d'échantillonnage spatiaux de la surface source, notés Δx et Δy , sont choisis dans le mesure du possible sensiblement égaux. La source est donc représentée par une grille de N_e points dont l'espacement entre points dépend des dimensions de la surface et du nombre de points choisi selon les deux axes :

$$\Delta x = \frac{D}{n_x}, \quad \Delta y = \frac{D}{n_y} \quad \text{m (3.1)}$$

où $D = l, L$ représente l'une ou l'autre des dimensions de la source. $n_x, n_y \in \mathbb{N}$ sont respectivement les nombres de points selon les axes Ox et Oy . Chaque point est le centre d'un élément de surface $\Delta S = \Delta x \Delta y$ carré ou rectangulaire auquel est attribué une valeur représentative de son comportement vibratoire. Le choix se porte ici sur une fonction d'interpolation uniforme, la valeur associée à chaque élément est donc constante sur toute la surface de l'élément. Les points situés à la périphérie de la source se trouvent en retrait d'un demi-pas par rapport aux bords de la surface, comme le montre la figure 3.1.

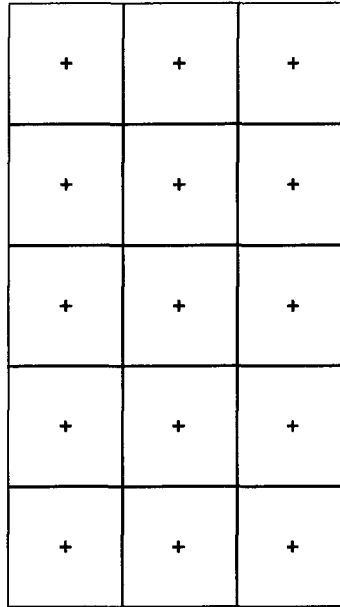


FIG. 3.1 – Maillage régulier d'une surface plane.

Afin de simplifier la comparaison entre les différents maillages testés, le pas d'échantillonnage d'une surface (source ou observation) est qualifié par une seule valeur égale à la racine carrée de la surface de l'élément : $\Delta s = \sqrt{\Delta S}$. Selon les conventions adoptées au chapitre 2, les notations ΔS ou Δs (sans indice) font référence à la surface source et les notations ΔS_r ou Δs_r (indice r) font référence à la surface d'observation. Ce choix, basé sur l'hypothèse que le paramètre caractéristique d'un maillage est la surface élémentaire associée à chaque point de discrétisation, permet de comparer directement des maillages réguliers à des maillages irréguliers.

Conformément aux propos du § 2.2.2 concernant le cas particulier de la source plane, les récepteurs d'observation du champ de pression sont répartis sur une surface conforme située à une distance d de la surface émissive. Cette géométrie a l'avantage de tendre vers celle d'une sphère à l'infini et vers celle de la surface source elle-même lorsque la distance source-observation tend vers zéro. Elle peut donc être utilisée quelle que soit $d > 0$, contrairement à une géométrie

sphérique pour laquelle la distance minimale est limitée par les dimensions de la source, soit ici $d > \frac{1}{2}\sqrt{L^2 + l^2}$. Dans le cas de la surface d'observation, le maillage dit « régulier » ne l'est pas rigoureusement. Les figures 3.2(a) et 3.2(b) représentent un exemple d'échantillonnage de

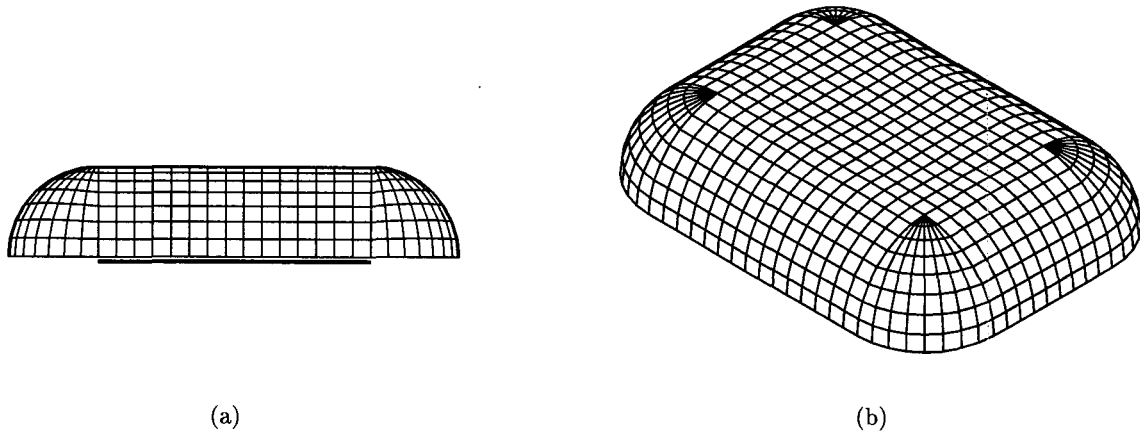


FIG. 3.2 – Maillage de la surface d'observation.

cette surface. De même que pour la surface source, le pas d'échantillonnage spatial est, dans la mesure du possible, maintenu sensiblement constant sur toute la surface d'observation pour une distance donnée. La quasi-totalité des éléments utilisés sont des quadrangles, mis à part quelques triangles, utilisés pour le maillage au niveau des points sommets des calottes sphériques de la surface conforme (voir figure 3.2(b)). Le choix de la géométrie de cette surface est justifié en détail § 2.2.2.

De la même manière que dans le cas de la surface source, chaque élément de surface ΔS_r est repéré par les coordonnées de son centre, auquel est associé une valeur représentative du champ acoustique (pression et/ou vitesse particulière), supposée constante sur toute la surface de l'élément.

3.1.2 Maillage irrégulier

L'échantillonnage est dit « irrégulier » lorsque les points sont répartis de manière aperiodique sur la surface. Contrairement à l'échantillonnage régulier, il n'existe dans ce cas aucune symétrie dans la répartition des points. Ainsi, l'utilisation de maillages irréguliers pour la représentation discrète des surfaces (source et/ou observation) permet de déterminer quelle est la conséquence, s'il y en a une, de la présence de périodicité dans le processus d'échantillonnage. La figure 3.3 donne un exemple de maillage irrégulier dans le cas d'une surface plane rectangulaire.

L'apériodicité ne signifie pas nécessairement que l'échantillonnage est complètement aléatoire. En effet, il est par exemple possible d'imposer au processus un certain nombre de contraintes comme le respect de distances minimale et maximale entre deux points ou d'une certaine densité de points par unité de surface. Ces contraintes permettent d'assurer une homogénéité au maillage de telle sorte qu'il est encore possible de le caractériser par un « pas d'échantillonnage moyen », égal à la racine carrée du rapport entre la surface totale (S pour la surface source, S_r pour la surface d'observation) et le nombre de points de discrétisation (N_e pour la source, N_r pour l'observation), soit par exemple pour la source $\Delta s = \sqrt{S/N_e}$. Ainsi, la caractérisation d'un maillage irrégulier, comme dans le cas d'un maillage régulier, est basé sur une notion de « pas

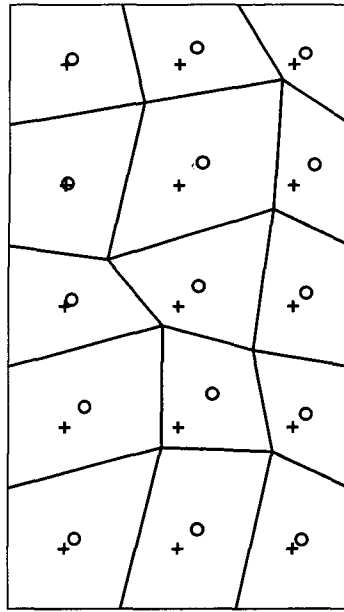


FIG. 3.3 – Maillage irrégulier d'une surface plane.

moyen » permettant d'associer un point de discrétisation à un élément de surface, sans avoir nécessairement la connaissance de la forme de chaque élément.

Le procédé utilisé pour l'obtention du maillage irrégulier de la surface source repose ici sur une perturbation du maillage régulier. Les éléments de surface subissent des petites déformations aléatoires (de l'ordre d'un demi-pas), qui se répercutent alors sur la position des centres de chaque élément. Sur le schéma de la figure 3.3, le symbole « + » désigne le centre d'un élément du maillage régulier de départ et le symbole « o » désigne le centre de l'élément du maillage irrégulier, après la perturbation. Cette approche permet approximativement de conserver la même densité de points par unité de surface que pour le maillage régulier. A ce procédé s'ajoute la contrainte de distances minimale et maximale entre chaque point. Ainsi, la perturbation aléatoire ne doit pas engendrer la présence de points distants de moins de 90 % et de plus 110% du « pas moyen ». Ce procédé permet d'éviter la présence de « trous » ou de « points coïncidents » dans le maillage.

Dans le cas de la surface d'observation, étant donnée sa géométrie non plane, le maillage n'est pas obtenu par perturbation du maillage régulier. En effet, cette méthode est plus difficile à mettre en oeuvre dans ce cas, du fait que la perturbation doit ici être réalisée tangentiellement à la surface, ce qui implique la connaissance des deux vecteurs tangentiels à chaque point récepteur. Par conséquent, le maillage irrégulier de la surface d'observation est réalisé à l'aide d'un logiciel spécialisé dans le maillage de surfaces quelconques (mailleur du logiciel I-DEAS). Le maillage irrégulier obtenu satisfait cependant les mêmes contraintes que dans le cas de la source (densité de points constante, distances minimale et maximale).

3.2 Phénomènes indépendants de la déformée

La décomposition en valeurs singulières est appliquée à l'opérateur \mathbf{F} défini par la relation (2.53) et effectuée selon la relation (2.55). Elle n'intervient donc en aucun cas sur la déformée vibratoire de la source et le champ de pression qui en résulte. Il est par conséquent possible d'étudier dans un premier temps la décomposition proprement dite et les paramètres dont elle dépend. Les tendances observées ici sont donc exclusivement gouvernées par la géométrie du

problème.

La source étant supposée plane et située dans un baffle rigide infini, la construction de la matrice de transfert \mathbf{M} s'obtient à partir de la relation suivante qui exprime la fonction de transfert M_{ij} entre la vitesse d'un point source et la pression en un point de l'espace :

$$M_{ij} = \frac{j\omega\rho}{2\pi} \frac{e^{-jkR_{ij}}}{R_{ij}} \Delta S_j \quad \text{Pa s/m} \quad (3.2)$$

où $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ est la masse volumique de l'air, R_{ij} représente la distance entre le $j^{\text{ème}}$ émetteur et le $i^{\text{ème}}$ récepteur. Les termes de l'opérateur \mathbf{F} s'obtiennent alors en introduisant (3.2) dans (2.53), soit :

$$F_{ij} = \sqrt{\frac{\Delta S_{ri}}{2\rho c}} \frac{j\omega\rho}{2\pi} \frac{e^{-jkR_{ij}}}{R_{ij}} \Delta S_j \quad \sqrt{\text{Pa m s}} \quad (3.3)$$

L'évolution des valeurs singulières, des vecteurs propres et du conditionnement de la matrice de l'opérateur va être analysée en fonction d'un certain nombre de paramètres essentiellement liés à la géométrie, comme les discrétisations (source et observation), la taille relative de la source et la distance d'observation. Afin d'étudier l'évolution du champ acoustique en fonction de la distance, une décomposition en valeurs singulières (SVD) est effectuée sur chaque matrice opérateur, chacune d'elle correspondant à une distance d'observation comprise entre 10 cm et 10 m.

3.2.1 Maillage de la surface source

Nous nous intéressons ici à l'influence du maillage de la surface source sur les valeurs singulières, les vecteurs propres et le conditionnement de l'opérateur. L'opérateur \mathbf{F} est construit pour différents pas de maillage de la surface source (noté Δs). Le pas de maillage de la surface réceptrice (noté Δs_r) est maintenu constant (pour une distance d de surface conforme donnée). la fréquence de travail est $f = 400 \text{ Hz}$. Les principales caractéristiques des différents cas présentés dans ce paragraphe sont récapitulés dans le tableau 3.1. Ces caractéristiques concernent les deux types de maillages étudiés : régulier et irrégulier.

Source : surface plane, $l = 1.7 \text{ m}$, $L = 3 \text{ m}$, $L/l = 1.76$, $f = 400 \text{ Hz}$.

Pas variable $\Delta s = 0.084 \text{ m}$ ($\sim \lambda/10$) à 1.6 m ($\sim 2\lambda$).

Observation : surface conforme, pas fixe.

$$\begin{cases} d/\lambda = 0.11 & \Delta s_r = 0.096 \text{ m} & (\sim \lambda/9) \\ d/\lambda = 1.17 & \Delta s_r = 0.183 \text{ m} & (\sim \lambda/5) \\ d/\lambda = 11.76 & \Delta s_r = 0.878 \text{ m} & (\sim \lambda) \end{cases}$$

TAB. 3.1 – Caractéristiques des maillages de la source et de l'observation.

Comparativement à la longueur d'onde acoustique, la gamme de pas d'échantillonnage de la surface source s'étend de 1/2 à 10 points par λ . Cette étude préalable de la SVD ne faisant pas intervenir la déformée de la source, il n'est pas possible à ce stade de rapporter le pas d'échantillonnage à la longueur d'onde caractéristique de la déformée étudiée.

Les figures 3.4(a) et 3.4(b) représentent l'évolution de quelques valeurs singulières avec le pas d'échantillonnage de la source dans le cas de maillages réguliers et irréguliers. Cette évolution

est observée à deux distances, l'une en champ proche de la source ($d/\lambda \sim 0.11$) et l'autre en champ lointain ($d/\lambda \sim 11.7$). Ces distances ont été choisies car elles correspondent aux

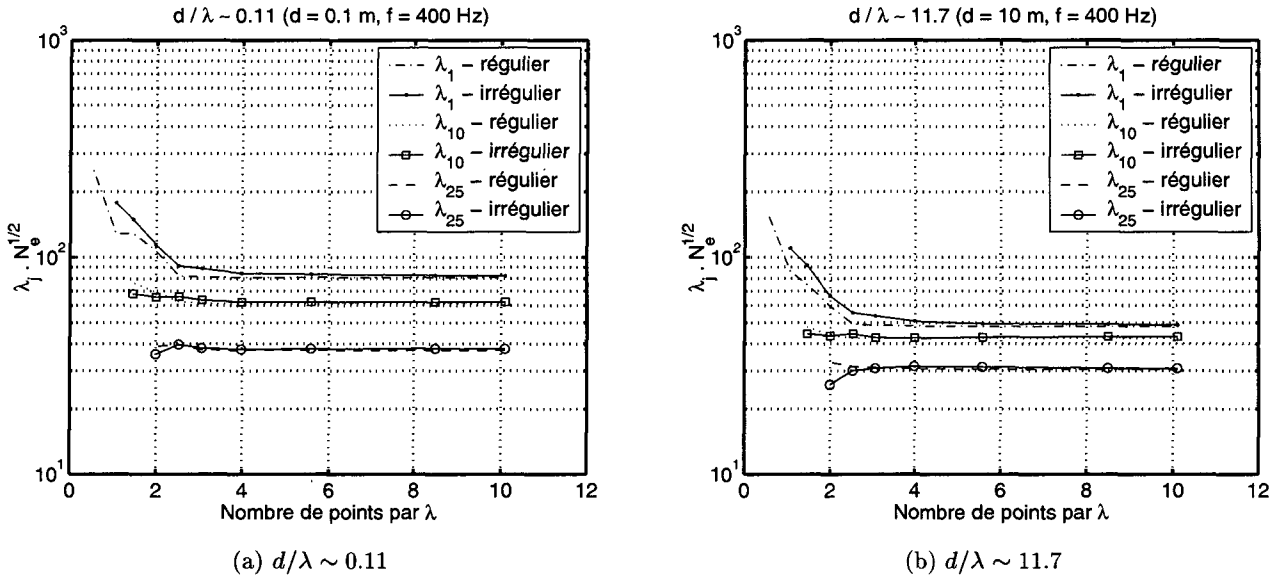


FIG. 3.4 – Comportement des valeurs singulières λ_j (multipliées par $\sqrt{N_e}$) en fonction du pas de maillage (régulier et irrégulier) de la surface source.

extrémités de l'intervalle de distance étudié, les résultats pour les distances comprises dans cet intervalle présentent le même type de tendance. Les valeurs singulières sont multipliées par la racine carrée du nombre total d'émetteurs afin de faire apparaître une tendance, qui semble en $1/\sqrt{N_e}$ au-delà de 3 à 4 points par λ . On remarque en effet qu'une telle multiplication a pour conséquence de rendre les valeurs singulières quasiment indépendantes du pas d'échantillonnage. Du fait que $\Delta S = S/N_e$, nous pouvons également exprimer cette tendance en fonction d'un rapport de surface, soit $\lambda_j \propto \sqrt{\Delta S/S}$. En deçà de 3 points par λ , cette tendance ne semble plus être vérifiée et l'on observe alors une variation qui paraît plus prononcée dans le cas des premières valeurs singulières. Cette transition de comportement observée au voisinage de $\lambda/2$ et $\lambda/3$ est probablement liée au critère d'échantillonnage de Shannon, dont une des conséquences est l'apparition du repliement lorsque la discrétisation est réalisée avec moins de 2 points par λ . Un échantillonnage spatial de la surface source réalisé avec un pas de 3 à 4 points par longueur d'onde acoustique semble donc suffisant pour estimer les valeurs singulières du problème, les résultats montrent qu'il est inutile de choisir un pas plus fin.

Le type de maillage utilisé pour la surface source ne semble pas jouer un rôle majeur dans le comportement des valeurs singulières. On remarque en effet qu'il n'y a pas de différence significative entre une valeur singulière issue d'une décomposition réalisée à partir d'un maillage régulier et une autre issue d'une décomposition réalisée à partir d'un maillage irrégulier. La rupture d'une partie des symétries du problème par l'utilisation d'un maillage irrégulier ne semble donc pas avoir de conséquence sur le comportement des valeurs singulières de l'opérateur. Une perturbation plus importante du maillage régulier aurait probablement engendré des différences de comportement du fait de la plus grande dispersion de la surface des différents éléments. Dans ce cas, la dispersion trop importante ne permettrait plus réellement de qualifier un maillage par une seule valeur Δs et il n'aurait alors pas été possible de faire la comparaison directe entre des maillages réguliers et irréguliers.

Contrairement aux valeurs singulières, l'étude du conditionnement de l'opérateur fait appa-

raître des différences remarquables selon le type de maillage et le pas d'échantillonnage utilisés. La figure 3.5 représente l'évolution du conditionnement en fonction du pas, à trois distances d'observation différentes pour les deux types de maillages. On remarque d'abord qu'il croît avec

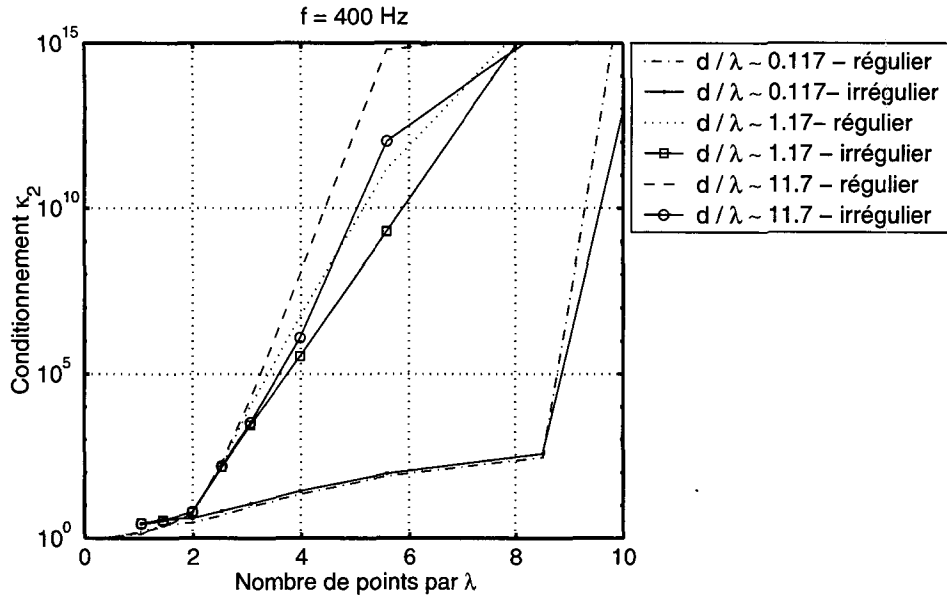


FIG. 3.5 – Conditionnement de la matrice en fonction du pas de maillage (régulier et irrégulier) de la surface source pour trois distances d'observations.

la diminution du pas d'autant plus que la distance d'observation est grande. Ceci traduit l'apparition de trajets acoustiques voisins, qui tendent à devenir quasiment égaux (à la précision du calculateur près) lorsque les points sources sont proches les uns des autres. Ainsi par exemple, on observe que pour la distance la plus proche ($d/\lambda \sim 0.11$), le conditionnement croît progressivement jusqu'à un pas équivalent à environ 8 points par λ et augmente brutalement au-delà. Ce phénomène se produit probablement lorsque la plus petite valeur singulière devient de l'ordre de grandeur de la précision du calculateur utilisé. Pour un pas inférieur à 2 points par λ , le conditionnement tend progressivement vers l'unité, reflétant alors une matrice bien conditionnée. Hormis pour la distance d'observation la plus proche, le pas équivalent à 2 point par λ semble représenter une transition dans l'évolution du conditionnement, qui se dégrade beaucoup plus rapidement au-delà de cette limite. Lorsque le pas d'échantillonnage est fin ou que la distance est élevée, le conditionnement tend irrémédiablement vers une valeur limite, représentative de la précision finie de la machine. Cette représentation peut être un support pour le choix d'un pas de maillage de la surface source, adapté à la distance d'observation considérée. En effet, nous remarquons par exemple que lorsque la surface d'observation est située à $d/\lambda = 0.11$, un pas de maillage en $\lambda/8$ paraît tout a fait adapté, du fait qu'il est suffisamment lâche pour que les différents trajets acoustiques soient encore distincts, et insuffisamment dense pour qu'ils soient déjà liés entre eux. De même, pour $d > \lambda$, le pas de maillage « optimal » semble être en $\lambda/2$, l'augmentation rapide du conditionnement au-delà de cette distance est le signe que le choix d'un pas plus fin ne contribuerait pas à mieux décrire le problème.

L'utilisation d'un maillage irrégulier semble conduire à un meilleur conditionnement que celui pour un maillage régulier, notamment lorsque la pas utilisé est assez fin (> 4 points par λ). Cette différence traduit le fait que la rupture de symétrie occasionnée se répercute sur les trajets acoustiques, qui tendent à être moins « liés » les uns les autres (pour un pas d'échantillonnage donné), du fait de l'absence de périodicité. Le conditionnement peut être interprété comme un

indicateur permettant de se faire une idée de l'adéquation de la densité du maillage à la longueur d'onde et la distance d'observation. Ainsi, un conditionnement élevé sera le reflet d'un maillage trop dense comparativement au rapport d/λ considéré.

La comparaison des vecteurs propres de l'opérateur pour différents pas de maillage (cf. tableau 3.1) laisse penser que les vecteurs \mathbf{v}_j (source) doivent également être multipliés par $\sqrt{N_e}$. En effet, cette normalisation met en évidence le fait qu'un mode donné possède certaines caractéristiques « indépendantes » de la discrétisation, telles que son amplitude et sa forme générale. Cependant, le pas d'échantillonnage joue un rôle non négligeable sur la précision de l'approximation de cette forme générale. La figure 3.6 illustre, dans le cas des deux premiers modes de la source décrite au tableau 3.1 pour $f = 100$ Hz, la conséquence que peut avoir le pas d'échantillonnage sur la représentation de la forme d'un mode. Exceptionnellement ici pour l'exemple, la

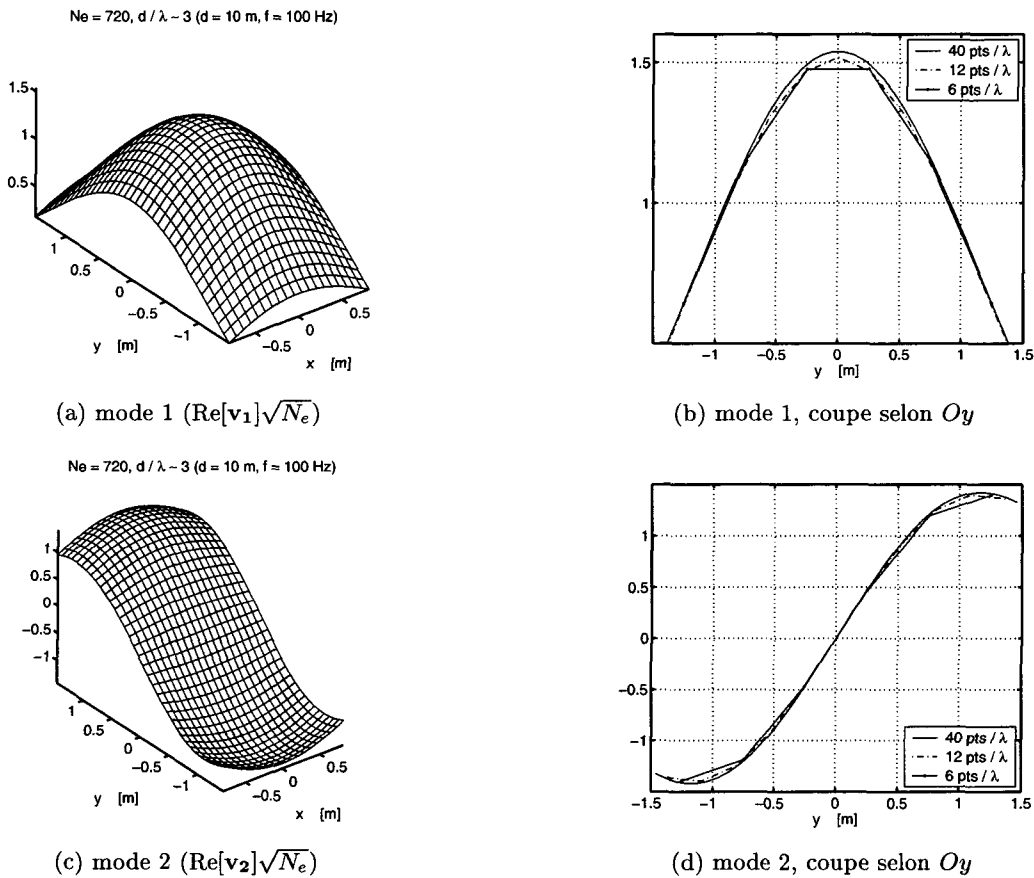


FIG. 3.6 – Effet de la discrétisation sur la forme des modes.

fréquence est choisie égale 100 Hz de manière à ce que les premiers modes aient un profil simple (type monopolaire et dipolaire). Pour $f = 400$ Hz, les profils des premiers modes comportent déjà plusieurs ventres et lignes nodales, du fait que $\lambda < l$ et $\lambda < L$. L'augmentation du nombre de lignes nodales au fur et à mesure que l'ordre des modes augmente, va nécessiter un pas de maillage d'autant plus dense que l'ordre est élevé. On peut remarquer que l'augmentation progressive du pas d'échantillonnage tend à dégrader la forme du mode. En fait, on remarque ici que ce sont les longueurs d'ondes caractéristiques¹ (selon Ox et Oy) de chaque mode qui importent, plutôt que la longueur d'onde acoustique. En effet, un mode peut être représenté uniquement si

¹L'utilisation de l'appellation « longueur d'onde caractéristique » d'un mode peut être considérée comme quelque peu abusive, elle est utilisée ici pour souligner qu'il s'agit d'une caractéristique périodique liée aux dimensions de la source et propre à chaque mode.

le pas d'échantillonnage prévoit au moins 2 points par longueur d'onde caractéristique du mode considéré. L'exemple du mode dipolaire de la figure 3.6(c) montre que ce mode, compte tenu des dimensions de la surface émissive, a une longueur d'onde caractéristique de 3.4 m selon Ox et de 3 m selon Oy . Par conséquent ici, le pas d'échantillonnage ne doit pas dépasser 1.7 m selon Ox et 1.5 m selon Oy . Si ces limites sont dépassées, le mode en question aura alors l'apparence du mode monopolaire de la figure 3.6(a) et ne serait plus distinguable de celui-ci.

La longueur d'onde acoustique (fixée par la fréquence de travail) va déterminer la forme des différents modes, mais ce sont les longueurs d'ondes caractéristiques de chacun d'eux (fixées par les dimensions de la source) selon les 2 axes de la surface émissive, qui permettent d'estimer le pas de maillage maximum. Il en découle également que le pas d'échantillonnage va déterminer le nombre de modes dissociables. En pratique, la discrétisation du mode d'ordre le plus élevé doit (au minimum) respecter le théorème de Shannon, soit au moins deux points par longueur d'onde caractéristique (du mode considéré).

Au contraire des vecteurs propres \mathbf{v}_j , la comparaison des vecteurs propres \mathbf{u}_j de l'opérateur pour différents pas de maillage n'a pas révélé de dépendance du nombre total d'émetteurs de la source.

3.2.2 Maillage de la surface d'observation

Une étude similaire à celle effectuée au § 3.2.1 est réalisée pour la surface d'observation. Les caractéristiques du maillage de la source sont maintenues constantes et la surface réceptrice est discrétisée avec différents pas d'échantillonnage. La fréquence de travail est toujours $f = 400$ Hz. Les principales caractéristiques des différents cas présentés dans ce paragraphe sont récapitulés dans le tableau 3.2.

Source : surface plane, $l = 1.7$ m, $L = 3$ m, $L/l = 1.76$, $f = 400$ Hz.
pas fixe $\Delta s = 0.1$ m ($\lambda/8.5$).

Observation : surface conforme, pas variable.

$$\begin{cases} d/\lambda = 0.11 & \Delta s_r = 0.064 \text{ m } (\sim \lambda/13) \text{ à } \Delta s_r = 0.52 \text{ m } (\sim 3\lambda/2) \\ d/\lambda = 1.17 & \Delta s_r = 0.14 \text{ m } (\sim \lambda/6) \text{ à } \Delta s_r = 0.74 \text{ m } (\sim \lambda) \end{cases}$$

TAB. 3.2 – Caractéristiques des maillages de la source et de l'observation.

Les figures 3.7(a) et 3.7(b) représentent l'évolution de quelques valeurs singulières avec le pas de maillage (régulier et irrégulier) de la surface d'observation, située à deux distances différentes. Les valeurs singulières semblent cette fois-ci ne pas dépendre du nombre de récepteurs N_r utilisés pour la discrétisation, contrairement à la dépendance en $1/\sqrt{N_e}$ du paragraphe précédent. Cependant, nous observons toujours une tendance à la stabilisation qui se manifeste en deçà d'un certain pas d'échantillonnage. En revanche, ce qui semble différer ici, c'est que le « coude » de stabilisation des valeurs singulières ne dépend pas que du pas d'échantillonnage. En effet, si nous comparons les graphiques correspondant aux deux distances choisies, nous remarquons que ce coude n'est pas placé au même endroit dans les deux cas. Pour $d/\lambda = 0.11$, la stabilisation se produit pour un pas équivalent à 4 points par λ (approximativement), alors qu'à $d/\lambda = 1.17$, elle se produit bien avant, aux environs de 2 points par λ . D'autres simulations ont montré que pour une distance plus élevée (non représentée ici), la stabilisation se produit pour un pas encore plus élevé. Cette constatation semble montrer que la longueur d'onde acoustique n'est pas le critère adéquat pour qualifier un pas d'échantillonnage, du fait que la limite de 2 points par λ imposée

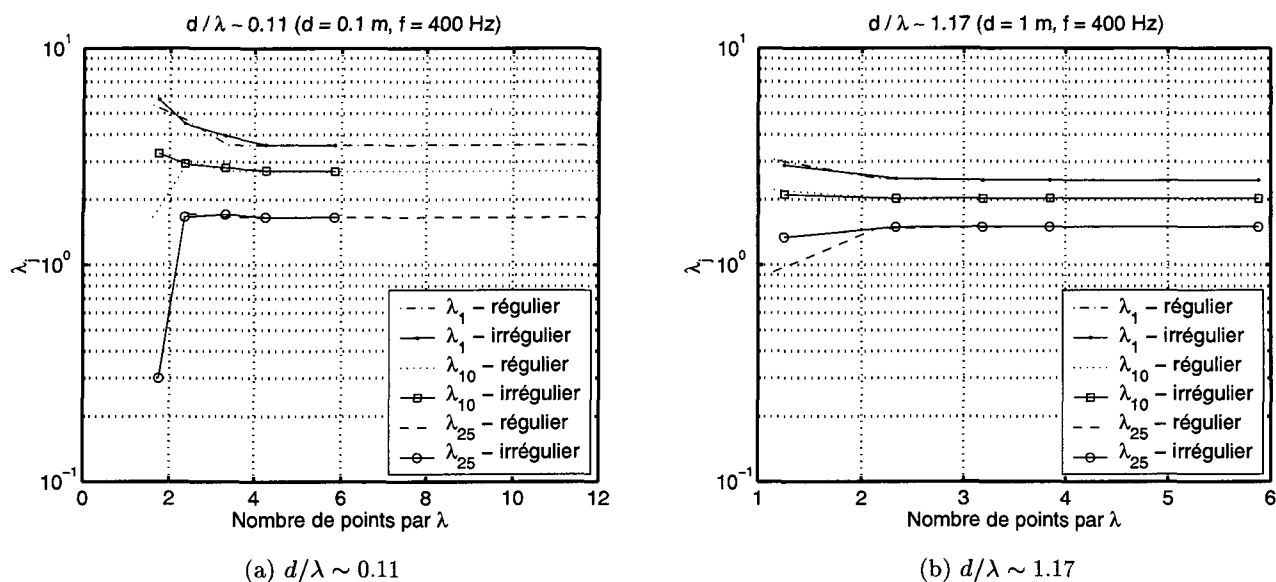


FIG. 3.7 – Comportement des valeurs singulières λ_j en fonction du pas de maillage (régulier et irrégulier) de la surface d'observation.

par le théorème de Shannon, semble ne pas en être une, du moins par rapport à la longueur d'onde acoustique.

La comparaison des valeurs singulières pour les deux types de maillages de la surface d'observation semble montrer, une fois encore, que la présence ou l'absence de symétrie dans la discrétisation n'influe que très peu sur les valeurs singulières, tout au moins sur celles d'ordre peu élevé, susceptibles d'être conservées par la méthode de sélection des degrés de liberté.

En ce qui concerne les vecteurs propres de l'opérateur, nous avons pu observer une dépendance en $1/\sqrt{N_r}$ pour les vecteurs \mathbf{u}_j , de sorte que la multiplication de ces vecteurs par $\sqrt{N_r}$ tend à rendre la forme générale du mode « indépendante » du pas d'échantillonnage de la surface d'observation. Du fait que $\Delta S_r = S_r/N_r$, la dépendance peut être exprimée en fonction de la superficie totale de la surface d'observation et de la superficie moyenne d'un de ses éléments, soit alors une dépendance en $\sqrt{\Delta S_r/S_r}$. Dans le cas des vecteurs \mathbf{v}_j , aucune dépendance au nombre total de récepteurs n'a été observée.

L'observation de l'évolution de la forme des modes projetés sur la surface réceptrice \mathbf{u}_j conduit au même genre de conclusion que dans le cas des modes projetés sur la surface source \mathbf{v}_j , dans le sens qu'il est également possible de parler de « longueur d'onde caractéristique » dans le cas de la surface d'observation. Au fur et à mesure que la surface conforme est éloignée de la surface émissive, ses dimensions, et par conséquent sa superficie, augmentent. Un profil de mode donné verra donc sa longueur d'onde caractéristique (suivant les deux axes) augmenter au fur et à mesure que les dimensions de la surface conforme évoluent. La figure 3.8 donne un exemple de la dilatation de la forme du mode dipolaire, projeté sur une surface conforme située à la distance d . Ce schéma permet de montrer que la distance est un paramètre qui joue un rôle important dans le choix du pas d'échantillonnage de la surface d'observation. L'exemple choisi ici du mode dipolaire montre que le respect du théorème de l'échantillonnage de Shannon (par rapport à la longueur d'onde caractéristique) pour la discrétisation de la surface source nécessite au minimum 2 points d'échantillonnage (pour ce mode) sur la longueur L , alors que la discrétisation de la surface conforme nécessite au minimum 2 points sur la longueur $L + \pi d$, pas nécessairement

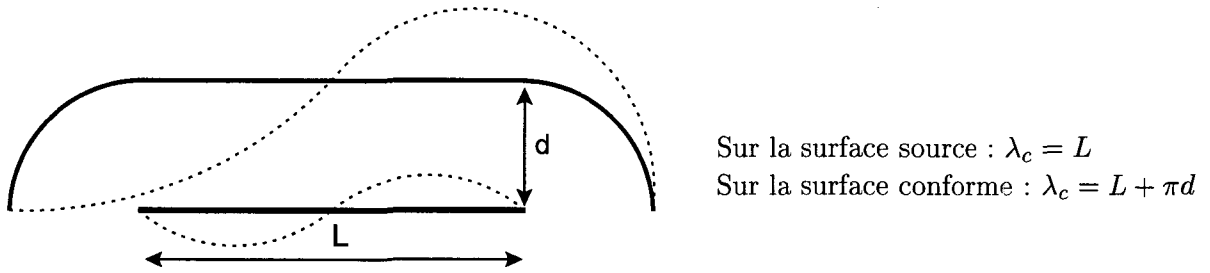


FIG. 3.8 – Schéma illustrant la dilatation du profil d'un mode - Exemple du mode dipolaire

supérieur à celui de la source et qui croît lorsque d augmente.

La longueur d'onde caractéristique de chaque mode paraît donc être un critère plus adapté pour choisir le pas d'échantillonnage des différentes surfaces. Ce critère a pour conséquence que la discrétisation des surfaces conformes situées à des distances différentes conserveront un nombre total de points N_r à peu près constant quelle que soit la distance, traduisant une évolution linéaire du pas lorsque d augmente. Le choix d'un critère d'échantillonnage basé sur la longueur d'onde acoustique conduirait à grande distance à un nombre de récepteurs surabondant, étant donnée la superficie croissante de la surface conforme.

La figure 3.9 représente l'évolution du conditionnement de l'opérateur en fonction du pas d'échantillonnage de la surface d'observation, pour deux distances différentes. Nous pouvons ob-

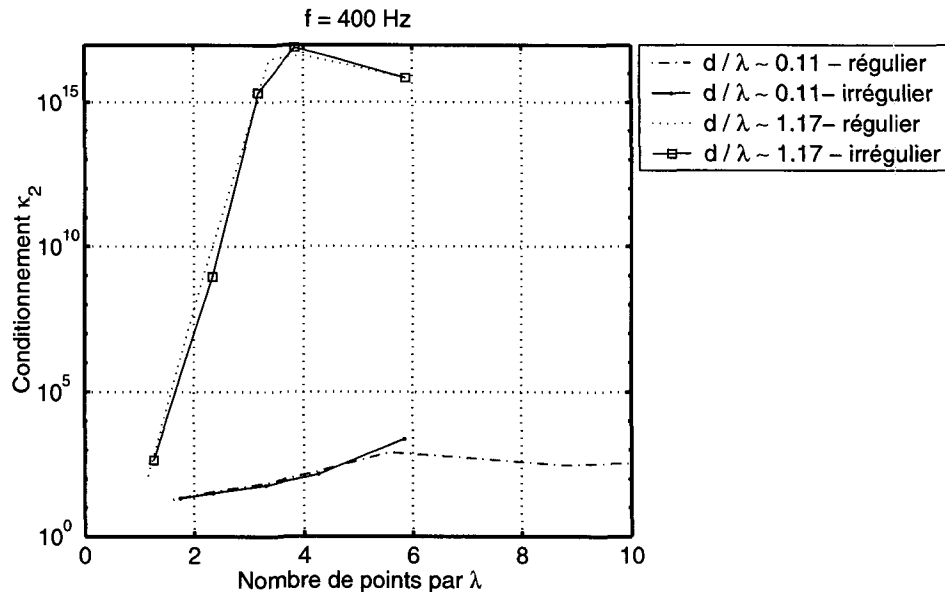


FIG. 3.9 – Conditionnement de la matrice en fonction du pas de maillage (régulier et irrégulier) de la surface d'observation pour deux distances.

server une zone où le conditionnement augmente, d'autant plus que la distance d'observation est grande. L'analyse de la taille de la matrice sur laquelle est calculé le conditionnement, montre que cette zone correspond à la situation sous-déterminée, pour laquelle le nombre de récepteurs est inférieur à celui des émetteurs (matrice comportant davantage de colonnes que de lignes). Dans cette zone, la diminution du pas se traduit, au sein de la matrice de l'opérateur, par une augmen-

tation du nombre de lignes avec un nombre de colonnes maintenu constant (pas de maillage de la source fixe). Chaque nouvelle ligne se traduit par une nouvelle valeur singulière dans le spectre de l'opérateur, tendant ainsi à accroître l'écart entre la plus élevée et la plus faible, et conduisant donc à une augmentation du conditionnement. Nous remarquons également une seconde zone où le conditionnement se stabilise. Cette zone correspond à la situation surdéterminée, le pas de maillage de la surface d'observation est maintenant suffisamment petit pour que le nombre de récepteurs soit supérieur à celui des émetteurs (matrice comportant davantage de lignes que de colonnes). Dans ce cas ($N_r > N_e$), le nombre de valeurs singulières de la matrice ne dépend plus du nombre de points récepteurs (*cf.* Annexe A), l'écart entre la plus élevée et la plus faible, et par conséquent le conditionnement, tendent donc à se stabiliser.

L'intérêt de la normalisation des valeurs singulières et des vecteurs propres est qu'elle permet de se libérer de la dépendance des problèmes liés à la discrétisation et offre ainsi la possibilité de comparer des modèles différents sans que l'observation des phénomènes soit dépendante du pas d'échantillonnage. Cette normalisation est par conséquent adoptée dans les paragraphes suivants pour l'étude des valeurs singulières et des vecteurs propres de la matrice en fonction de la taille de la source, de la distance, *etc.*

Bilan des § 3.2.1 et 3.2.2

En conclusion, l'étude de la discrétisation des surfaces émissives et réceptrices a permis de mettre en évidence les tendances suivantes :

- Dépendance des valeurs singulières en $1/\sqrt{N_e}$ ($\equiv \sqrt{\Delta S/S}$).
- Dépendance des vecteurs propres \mathbf{v}_j en $1/\sqrt{N_e}$ ($\equiv \sqrt{\Delta S/S}$) et \mathbf{u}_j en $1/\sqrt{N_r}$ ($\equiv \sqrt{\Delta S_r/S_r}$).
- Equivalence (qualitative) entre les maillages réguliers et irréguliers.
- L'identification d'un mode nécessite au minimum un pas d'échantillonnage équivalent à 2 points par longueur d'onde caractéristique du mode considéré.
- Nombre de modes identifiables limité par le pas d'échantillonnage relatif aux dimensions de la source (Théorème de Shannon).
- Augmentation du conditionnement avec la diminution du pas d'échantillonnage de la surface source.

3.2.3 Taille et forme de la source

La SVD est maintenant étudiée en fonction de la taille et la forme de la source. Une surface plane rectangulaire est communément caractérisée par deux paramètres : d'une part le rapport L/l de ses deux dimensions, définissant la forme du rectangle, et d'autre part le rapport entre une « dimension caractéristique » et la longueur d'onde acoustique, définissant la taille relative de la source. La dimension caractéristique est en général choisie égale à la plus grande des deux dimensions. Dans le cas d'une surface plane à géométrie quelconque, il n'est plus possible de caractériser la source avec les mêmes paramètres. La dimension caractéristique ne s'appuie plus nécessairement sur une des dimensions de la source et doit être choisie telle qu'elle représente au mieux la taille de la source. De même pour la forme, qui ne se définit plus nécessairement par un rapport de deux dimensions. La seule caractéristique de la surface pouvant être définie de manière unique quelle que soit la géométrie est sa superficie.

Ce paragraphe aborde deux aspects différents de la SVD. Tout d'abord nous allons nous intéresser à « l'efficacité de rayonnement » d'un mode, définie au § 2.5 afin d'observer les tendances qu'elle peut présenter en fonction de la géométrie de la source et du mode en question. Puis, nous nous intéresserons également au nombre de valeurs propres supérieures à un certain seuil relatif à la valeur propre la plus élevée (λ_1^2), afin de faire une première estimation de l'ordre de troncature de la somme lorsque la déformée de la source n'est pas prise en compte. Nous comparerons à chaque fois le comportement modal de l'opérateur \mathbf{F} qui nous intéresse avec celui de l'opérateur de « référence » \mathbf{Z}_r , afin d'évaluer l'erreur que peut introduire l'utilisation de l'estimateur de la puissance rayonnée lorsque l'on rapproche la surface de récepteurs de la source. L'étude ne porte ici que sur des surfaces rectangulaires. La distance normalisée d/λ est maintenue constante pour l'ensemble des cas présentés. De ce fait, lorsqu'un résultat est présenté en fonction de L/λ , c'est en général la dimension de la source qui varie, à longueur d'onde constante. La surface d'observation est chaque fois adaptée à la taille de la source, conformément à la façon dont elle a été définie au § 2.2.2. Par conséquent, pour une distance d'observation donnée, la géométrie, la superficie et le nombre de récepteurs de la surface conforme vont changer pour chaque taille de source. Etant donné le peu de différences constatées aux paragraphes précédents entre les différents types de maillages, l'échantillonnage des surfaces est ici réalisé avec des maillages réguliers.

Les différents graphiques qui vont suivre exposent des résultats pour les trois modes représentés figure 3.10. Le mode (0,0) correspond à un comportement monopolaire, le mode (0,1) à un

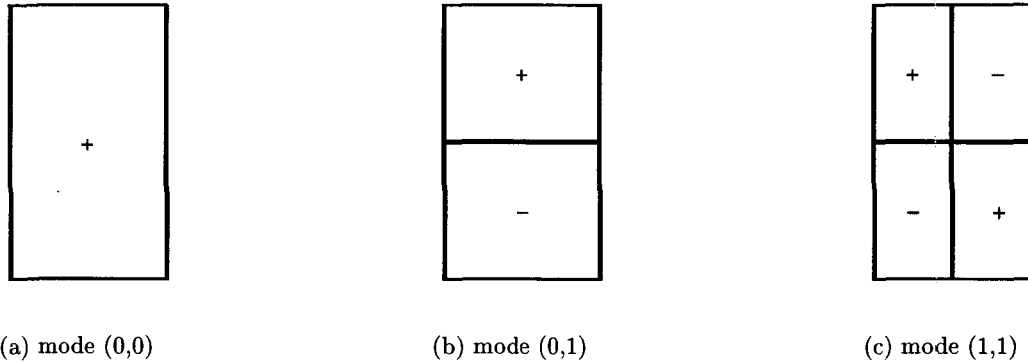


FIG. 3.10 – Structure des modes choisis pour la présentation des résultats.

comportement dipolaire selon l'axe Oy , et le mode (1,1) à un comportement quadrupolaire. La présentation de davantage de modes aurait eu pour effet de surcharger les figures et de diminuer leur lisibilité. Par ailleurs, il s'est avéré que ces trois modes sont très représentatifs du comportement général, et qu'ils suffisent à dégager les principales tendances. Les résultats obtenus pour d'autres modes non représentés ici seront tout de même commentés. La structure des différents modes est présentée à l'annexe B. Les graphiques sont présentés en échelle log-log car cette représentation fait apparaître dans notre cas des pentes caractéristiques, qui n'apparaissent pas de manière aussi évidente dans le cas d'une représentation lin-lin.

Dans le cas d'une source plane rectangulaire de dimensions $l \times L$, nous pouvons introduire le « nombre d'onde spatial » d'un mode (m,n) :

$$k_{mn} = \sqrt{\left(\frac{(m+1)\pi}{l}\right)^2 + \left(\frac{(n+1)\pi}{L}\right)^2}, \quad m, n \in \mathbb{N} \quad 1/m \quad (3.4)$$

m et n correspondent aux nombres de ventres selon les deux axes. k_{mn} et $k = \omega/c$ dictent la valeur de la constante de propagation $k_z = \sqrt{k^2 - k_{mn}^2}$. Lorsque $k_{mn}^2 \leq k^2$, k_z est réel,

le mode (m,n) est propagatif et l'onde associée se propage jusqu'au champ lointain. Lorsque $k_{mn}^2 > k^2$, k_z est imaginaire pur, le mode (m,n) est évanescent, l'amplitude de l'onde associée décroît exponentiellement depuis $z = 0$ et n'atteint pas le champ lointain.

Précisons également que l'ordre d'apparition des différents modes dans la décomposition peut varier suivant la nature du problème (géométrie, discrétisation des surfaces, distance d'observation, fréquence). Ainsi, une structure de mode donnée peut apparaître associée à une valeur singulière de classement différent lorsqu'un ou plusieurs paramètres du problème varient. Par conséquent, les modes seront par la suite désignés implicitement par leur structure et non par leur ordre d'apparition dans la SVD. Lorsque la SVD est étudiée en fonction d'un paramètre (taille et forme de la source, distance d'observation, *etc.*), il est nécessaire de rechercher parmi les valeurs singulières celle qui correspond à la structure du mode étudié, et ce pour chaque nouvelle valeur du paramètre considéré.

La figure 3.11 représente, pour une forme de source constante $L/l = 1.76$, l'évolution de l'efficacité de rayonnement des trois modes mentionnés précédemment, en fonction de la taille relative L/λ de la source. Les courbes concernant l'opérateur \mathbf{Z}_r ont été obtenues avec une taille

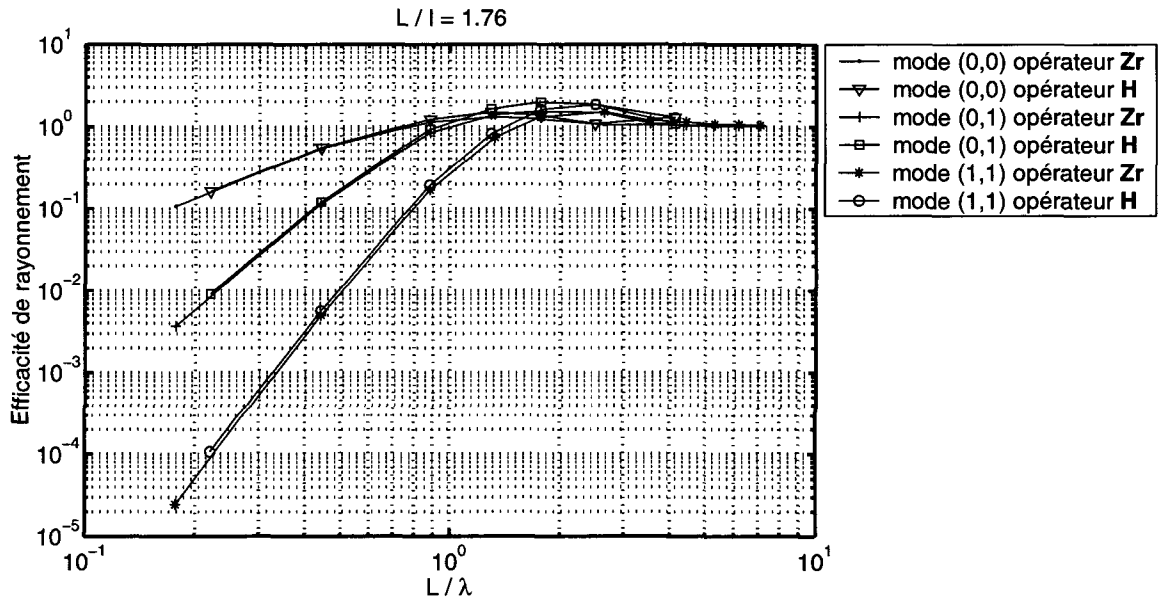


FIG. 3.11 – Evolution de l'efficacité de rayonnement en fonction de la taille relative de la source.

de source constante ($L = 3$ m, $l = 1.7$ m, $L/l = 1.76$) et pour une fréquence qui varie de 20 Hz à 800 Hz ($0.44 \leq L/\lambda \leq 7$). Les courbes concernant l'opérateur \mathbf{H} ont été obtenues avec une fréquence fixe $f = 200$ Hz ($\lambda = 1.7$ m), les dimensions L et l de la source varient mais le rapport entre les deux est maintenu constant ($L/l = 1.76$), la surface conforme est située à 1 m, soit $d/\lambda = 0.58$. Ceci correspond donc à une situation où la surface de récepteurs n'est pas en champ lointain. Rappelons également qu'en vertu de la relation (2.52), les valeurs propres de \mathbf{H} sont égales aux carrés des valeurs singulières de \mathbf{F} .

On remarque tout d'abord que les efficacités de rayonnement obtenues à partir de \mathbf{Z}_r et \mathbf{H} sont très semblables, particulièrement dans le cas de sources plus petites que la longueur d'onde. Dans le cas d'une source plus grande, on peut observer des différences qui cependant restent relativement faibles. La tendance générale semble donc être respectée. Cette ressemblance laisse penser que la représentation modale de l'opérateur \mathbf{H} décrirait correctement la puissance

rayonnée en champ lointain, malgré le fait que la distance d'observation corresponde ici au champ proche et que l'utilisation de \mathbf{H} sous entend en principe que la surface d'observation est située en champ lointain. L'expérience a également été réalisée en plaçant la surface conforme en champ lointain ($d/\lambda = 20$) afin de s'assurer qu'elle conduit aux mêmes résultats que ceux de \mathbf{Z}_r . Les courbes ne figurent pas ici car elles se confondent avec celles de \mathbf{Z}_r , comme on pouvait l'attendre. Cette expérience a simplement été réalisée dans le but de s'assurer que les expressions sont correctes dans leurs domaines de validité respectifs.

Nous remarquons également le profil d'évolution caractéristique de l'efficacité de rayonnement des modes, amplement décrit dans la littérature [24, 22, 35, 20]. Pour $L/\lambda < 1$, le mode (0,0) est caractérisé par une pente en $(L/\lambda)^2$, les modes (0,1) et (1,0) par une pente en $(L/\lambda)^4$ et le mode (1,1) par une pente en $(L/\lambda)^6$. Les modes suivants sont caractérisés par une pente en $(L/\lambda)^{2n}$, n entier > 0 , et il apparaît des groupes de modes qui possèdent la même pente, comme c'est le cas par exemple des modes (0,1) et (1,0). Cunefare *et al* [20] mettent en évidence ce phénomène de regroupement des modes dans le cas où la surface émissive est une sphère. Ils montrent que dans ce cas les modes de rayonnement sont équivalents aux harmoniques sphériques, qui présentent les mêmes tendances au regroupement. Ils mettent en évidence le même phénomène dans le cas d'une source parallélépipédique et plus généralement dans le cas de sources à géométrie quelconque, et montrent que la dépendance fréquentielle de l'efficacité de rayonnement des différents groupes de modes, dans le cas de sources plus petites que la longueur d'onde, suit approximativement celle des harmoniques sphériques.

Dans le cas présent d'une source plane, nous observons également cette tendance mais, du fait que la source n'a pas une géométrie quelconque, les modes ne se regroupent pas de la même manière, mais néanmoins selon les mêmes pentes. Nous constatons donc ici que dans le domaine de fréquence pour lequel la source est petite par rapport à λ , la plupart des modes ne sont pas ou très peu efficaces, seuls les quelques premiers modes ont une forte aptitude à rayonner. Par conséquent, dans ce domaine de fréquence, la sélection des modes sera probablement gouvernée par leur efficacité de rayonnement plutôt que par leur coefficient de couplage. Dans le cas où la source est plus grande que la longueur d'onde ($L/\lambda > 1$), tous les modes tendent vers une efficacité de rayonnement égale à 1. Dans ce domaine de fréquence, les modes efficaces sont très nombreux et la sélection sera plutôt gouvernée par les coefficients de couplages associés à chaque mode.

La figure 3.11 représente l'efficacité de rayonnement pour une forme de source constante $L/l = 1.76$. La décomposition de l'opérateur pour d'autres formes montre une tendance semblable dans le sens que les pentes sont les mêmes mais elles sont translatées vers le bas au fur et à mesure que le rapport L/l augmente. La figure 3.12 représente, pour une taille relative de source constante $L/\lambda = 0.44$, l'évolution de l'efficacité de rayonnement en fonction de la forme L/l de la source. Les courbes concernant l'opérateur \mathbf{Z}_r ont été obtenues pour une source avec $L = 3$ m fixe et l variable. La fréquence a été choisie égale à 50 Hz ($\lambda = 6.8$ m) de manière à se trouver dans le cas d'une source petite par rapport à λ . Les courbes concernant l'opérateur \mathbf{H} ont été obtenues avec une source de mêmes caractéristiques. La fréquence de 50 Hz impose le choix d'une distance $d = 4$ m, pour conserver la même distance relative $d/\lambda = 0.58$ que pour la figure 3.11.

Hormis la forte similitude des résultats dans le cas des deux opérateurs, nous pouvons également remarquer que l'efficacité de rayonnement présente une évolution linéaire sur un axe logarithmique. La recherche des différentes pentes semble montrer que les modes (0,0), (0,1) et (0,2) évoluent avec une pente en $(L/l)^{-1}$, les modes (1,0), (1,1) et (1,2) avec une pente en $(L/l)^{-3}$, et le mode (2,0) avec une pente en $(L/l)^{-5}$. La prolongation de cette tendance en $(L/l)^{-(2n+1)}$, n entier ≥ 0 n'a cependant pas été vérifiée pour des ordres plus élevés. Dans le cas du mode (3,0)

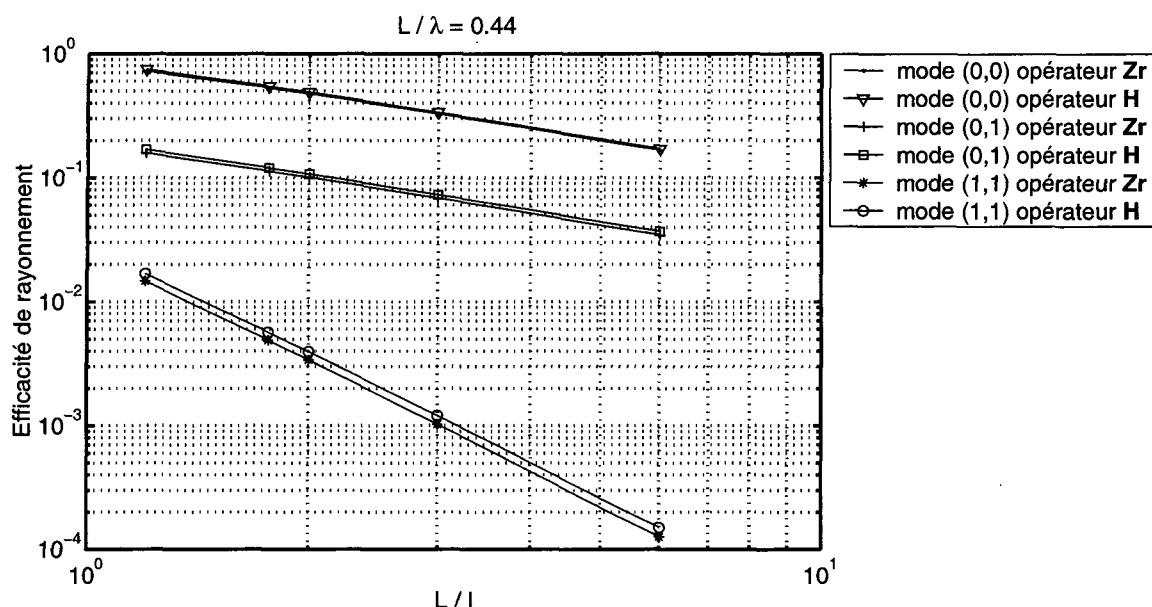


FIG. 3.12 – Evolution de l'efficacité de rayonnement en fonction de la forme de la source - Cas d'une petite source.

par exemple, l'efficacité de rayonnement présente une pente en $(L/l)^{-1}$ mais seulement pour $L/l \geq 1.76$ alors que la pente semble être en (L/l) pour $L/l \leq 1.76$.

L'étude d'un cas correspondant à une source grande par rapport à la longueur d'onde apporte un élément d'information supplémentaire quant à l'évolution de l'efficacité de rayonnement en fonction de la forme de la source. La figure 3.13 représente donc la même évolution pour une taille relative $L/\lambda = 1.76$, de sorte que par rapport à la figure 3.11, nous nous situons cette fois-ci dans la zone où l'efficacité de rayonnement des modes a atteint sa valeur la plus élevée. Les courbes concernant l'opérateur \mathbf{Z}_r ont été obtenues avec la même taille de source $L = 3$ m

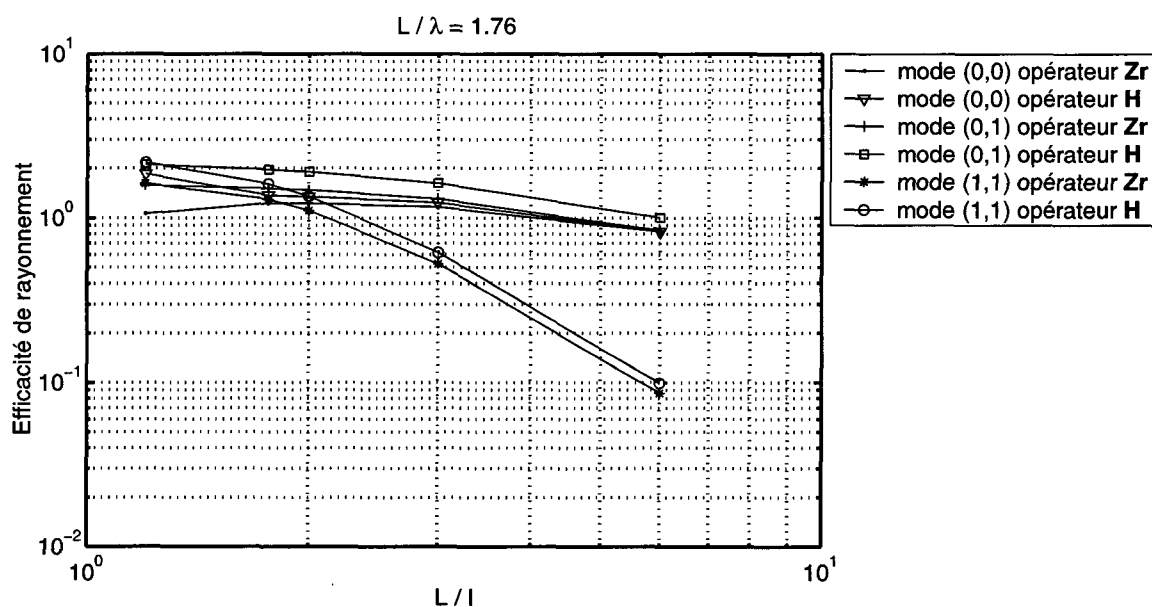


FIG. 3.13 – Evolution de l'efficacité de rayonnement en fonction de la forme de la source - Cas d'une grande source.

mais cette fois-ci avec une fréquence égale à 200 Hz ($\lambda = 1.7$ m). Celles concernant l'opérateur **H** ont été obtenues avec la même source et pour la même fréquence. La seule différence est la distance d'observation $d = 1$ m imposée par la fréquence choisie et permettant de conserver à nouveau le rapport $d/\lambda = 0.58$.

La recherche des pentes a été réalisée sur les quelques premiers modes comme dans le cas de la petite source. La principale différence dans ce cas est que la pente varie en fonction du rapport L/l en tendant à augmenter au fur et à mesure que la source tend vers une forme de ruban. Ainsi nous pouvons observer une tendance asymptotique, lorsque L/l est suffisamment grand, où les pentes des modes étudiés sont équivalentes au cas de la petite source. Les modes (0,0), (0,1) et (0,2) ont une pente en $(L/l)^{-1}$, les modes (1,0), (1,1) et (1,2) ont une pente en $(L/l)^{-3}$ et le mode (2,0) a une pente en $(L/l)^{-5}$. Le mode (3,0) qui présentait une pente en $(L/l)^{-1}$ au-delà d'une certaine valeur de L/l présente ici une pente identique pour L/l suffisamment grand. Les figures 3.12 et 3.13 semblent donc montrer que les modes dont les lignes nodales sont sur la plus grande des deux dimensions de la source ne perdent que très lentement leur efficacité de rayonnement lorsque L/l augmente. En revanche, les modes ayant des lignes nodales sur la plus petite dimension perdent très rapidement leur efficacité lorsque la source tend à devenir « étroite ».

Le second aspect abordé dans ce paragraphe concerne l'étude de l'évolution du nombre de valeurs propres « significatives » en fonction de la taille et la forme de la source. Par « significatives » nous qualifions ici les valeurs propres du même ordre de grandeur que la plus élevée, ou d'une manière plus générale celles supérieures à un certain seuil, fixé par rapport à la valeur propre la plus élevée. La figure 3.14 représente cette évolution en fonction de la taille relative de la source pour trois seuils différents $\lambda_1^2/2$, $\lambda_1^2/10$ et $\lambda_1^2/100$ et pour les deux types d'opérateur. Les courbes concernant l'opérateur **H** ont été réalisées à partir d'une surface conforme située à

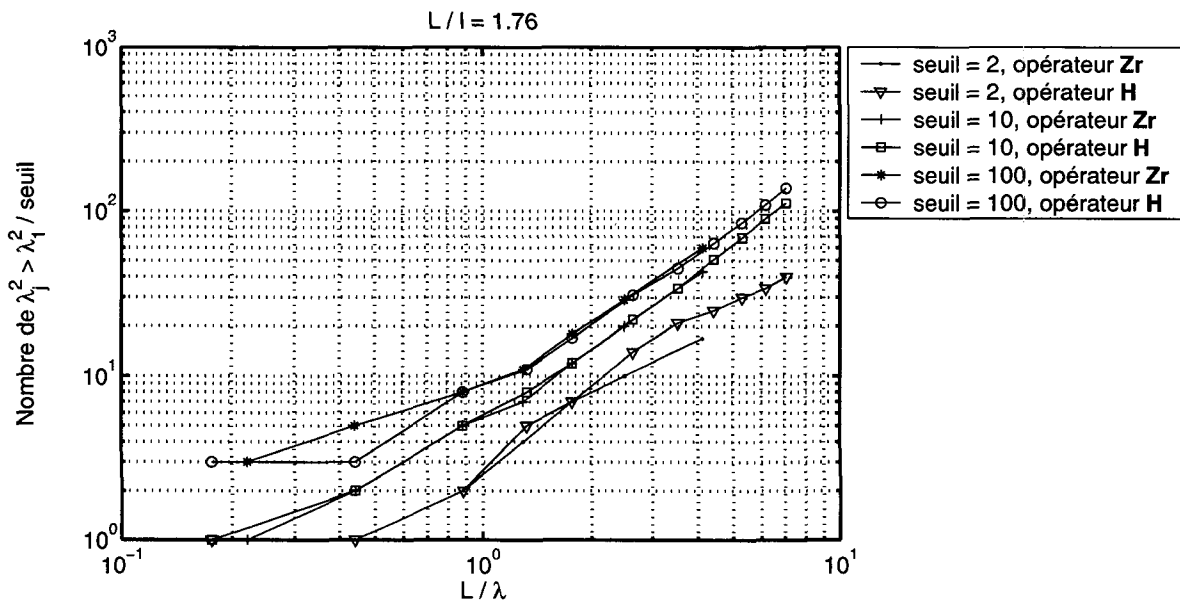


FIG. 3.14 – Evolution du nombre de valeurs propres supérieures à un certain seuil en fonction de la taille relative de la source.

une distance $d = 1$ m et telle que $d/\lambda = 0.58$.

Nous pouvons remarquer dans un premier temps que les évolutions pour les deux opérateurs **Z_r** et **H** sont assez semblables, ce qui semble pouvoir signifier que la structure du champ acous-

tique à la distance considérée n'est pas plus complexe que celle du champ lointain. Une distance relative plus faible aurait probablement mis en évidence des différences plus remarquables entre les deux opérateurs, traduisant la présence de modes décrivant uniquement le champ proche. Ce dernier point sera discuté au chapitre 4, consacré entre autre à l'étude de l'influence de la distance d'observation.

Le nombre de valeurs propres en fonction de la taille relative de la source suit également une évolution linéaire sur une échelle logarithmique, plus particulièrement lorsque $L/\lambda > 1$, où les pentes sont plus marquées. Pour les courbes correspondant aux valeurs de seuils les plus élevées (10 et 100), la pente semble être en $(L/\lambda)^{3/2}$, sans que l'on puisse interpréter cette tendance. Pour la courbe correspondant à la valeur de seuil la plus faible, la tendance est sensiblement identique, bien que la pente ne soit pas autant marquée que dans les deux cas précédents. Il ne faut cependant pas se faire tromper par la représentation logarithmique qui fait apparaître ici une évolution parabolique comme linéaire. Par conséquent, l'augmentation de la taille relative de la source tend très rapidement vers un nombre de valeurs propres très élevé. Ainsi par exemple, dans le cas du seuil égal à 1000, une taille de source $L/\lambda = 1$ comporte 9 valeurs propres supérieures au seuil. Si on double sa taille, nous passons à une vingtaine de valeurs propres. Si nous doublons à nouveau la taille ($L/\lambda = 4$), le nombre de valeurs propres supérieur au seuil avoisine les 60. Nous remarquons en revanche que dans le cas des petites sources, ce nombre ne dépasse pas la dizaine, même dans le cas du seuil égal à 1000, qui représente une dynamique particulièrement élevée.

Le même type d'observation est effectué en fonction de la forme de la source. La figure 3.15 représente cette évolution pour une taille de source fixe $L/\lambda = 1.76$. La distance d'observation est toujours de 1 m, et choisie de telle sorte que $d/\lambda = 0.58$. Nous remarquons ici encore une tendance

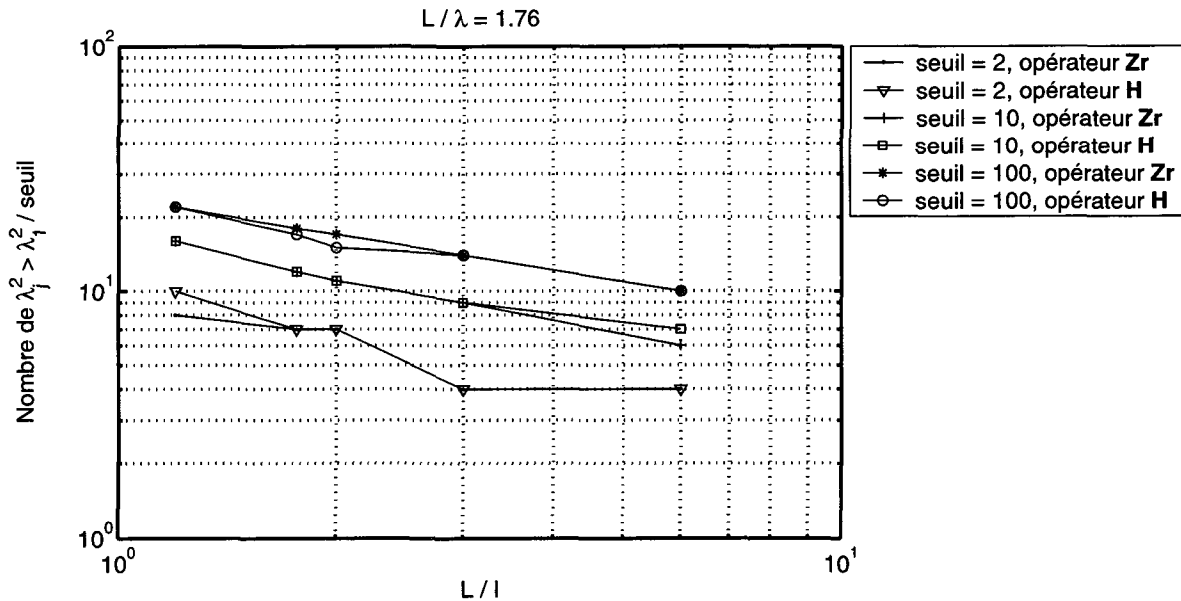


FIG. 3.15 – Evolution du nombre de valeurs propres supérieures à un certain seuil en fonction de la forme de la source.

remarquable à partir de la représentation logarithmique. L'évolution observée pour l'ensemble des seuils, et particulièrement pour les deux plus élevés, est une pente décroissante en $(L/l)^{-1/2}$, ce qui signifierait que le nombre de valeurs propres significatives augmente rapidement lorsque la forme de la source se rapproche du carré. Contrairement au cas d'une source « allongée », la source carrée favoriserait l'apparition de modes selon les deux axes, augmentant ainsi le nombre

de valeurs propres significatives. Cependant, la pente est moins « raide » que dans le cas de l'évolution en fonction de la taille relative de la source (figure 3.14). Ceci confirme à nouveau la prédominance de la taille relative de la source sur sa forme.

La comparaison de \mathbf{Z}_r et \mathbf{H} construites à partir d'une surface conforme située à 0.58λ , a montré que les tendances sont sensiblement les mêmes pour les deux opérateurs à condition que la surface d'observation ne soit pas en champ très proche. La distance choisie correspond dans notre cas à une distance « charnière », en deçà de laquelle l'opérateur \mathbf{H} tend à rapidement s'écarter du comportement de \mathbf{Z}_r . Par conséquent, au-delà de cette distance, dans l'exemple présenté, il ne semble pas nécessaire de recourir à \mathbf{Z}_r . En revanche, lorsque la surface d'observation est placée plus proche de la source, il paraît nécessaire d'envisager une approche différente pour intégrer les effets du champ proche. En pratique, dans le cas d'un système de contrôle actif, les valeurs propres issues de la décomposition d'un des opérateurs sont des valeurs qui seront figées dans le contrôleur, car elles correspondent à des caractéristiques intrinsèques liées à la géométrie de la surface émissive. Ces valeurs ne sont donc pas intégrées au processus adaptatif, elles ne dépendent pas des signaux captés par les microphones du système. Elles peuvent donc être déterminées au préalable et de la manière la plus précise possible, c'est à dire à partir de \mathbf{Z}_r ou bien de \mathbf{H} construit à partir d'une surface d'observation située en champ lointain. En revanche, les microphones doivent impérativement permettre d'estimer avec précision les coefficients c_j pour chaque mode à contrôler. Cette estimation ne pose en théorie pas de problème si les microphones sont suffisamment éloignés, mais en pratique une trop grande distance engendre d'autres problèmes déjà discutés auparavant. Elle ne pose pas non plus de problème lorsque les capteurs du système de contrôle actif sont des capteurs de vibration directement montés sur la surface émissive, comme l'ont par exemple proposés Elliott et Johnson [24]. Dans le cas où les microphones sont placés à une distance intermédiaire entre le champ lointain et la surface émissive, ils captent la partie propagative du champ acoustique rayonné et une partie réactive dont il faudra tenir compte dans l'élaboration du système.

Bilan du § 3.2.3

En conclusion, l'étude de la taille et de la forme de la source a permis de mettre en évidence les tendances suivantes :

- La représentation modale de l'opérateur \mathbf{H} semble déjà très proche de celle de l'opérateur \mathbf{Z}_r à la distance relative $d/\lambda = 0.58$.
- L'efficacité de rayonnement des modes en fonction de L/λ suit une évolution en $(L/\lambda)^{2n}$, $n > 0$, pour $L/\lambda < 1$ et tend vers 1 pour $L/\lambda > 1$.
- Pour $L/\lambda < 1$, il existe un regroupement de plusieurs modes selon différentes pentes.
- L'efficacité de rayonnement des modes en fonction de L/l semble suivre une évolution en $(L/l)^{-(2n+1)}$, $n \geq 0$, pour L/l suffisamment grand.
- L'efficacité de rayonnement des modes dépend plus de la taille relative de la source que de sa forme.
- L'évolution du nombre de valeurs propres supérieures à un certain seuil en fonction de la taille de la source semble suivre une évolution en $(L/\lambda)^{3/2}$.
- L'évolution du nombre de valeurs propres supérieures à un certain seuil en fonction de la

forme de la source semble suivre une évolution en $(L/l)^{-1/2}$.

- Le nombre de valeurs propres supérieures à un certain seuil est plus dépendant de la taille relative de la source que de sa forme.
- Les tendances observées sont valables dans le cas des surfaces planes bafflées, mais ne sont pas nécessairement généralisables pour d'autres géométries.

Chapitre 4

Analyse des phénomènes liés à la distance d'observation

Ce dernier chapitre est essentiellement consacré à l'étude du comportement des modes de rayonnement, lorsque leurs effets sont observés sur des surfaces de récepteurs situées à différentes distances. Cette partie porte donc sur les aspects les plus spécifiques et originaux de cette thèse.

Tout d'abord, l'étude des sources planes bafflées, débutée au chapitre précédent, est poursuivie en mettant l'accent sur l'analyse des phénomènes liés à la distance d'observation. Après une étude individuelle des termes de la somme (*cf.* relation (2.66)), la prise en compte de la déformée de la source permet de réaliser la sélection des degrés de liberté nécessaires, et d'évaluer les performances qui en résultent. Puis, la suite est consacrée à l'étude d'une cuve de transformateur de puissance, afin d'aborder une situation proche d'un cas pratique, et d'évaluer les points communs et les différences avec le cas des surfaces planes.

4.1 Comportement des modes de rayonnement en fonction de la distance

Comme nous l'avons remarqué au chapitre précédent, lorsque la surface d'observation est en champ proche, l'opérateur \mathbf{H} ne permet plus d'estimer correctement les efficacités de rayonnement et les coefficients de couplage c_j des différents modes, qui ne sont dans ce cas que le reflet du champ acoustique local au niveau des capteurs. Nous nous basons donc ici sur les modes de rayonnement de \mathbf{Z}_r , qui sont représentatifs de la puissance rayonnée en champ lointain. Ce paragraphe a pour objectif de comprendre comment ces modes seraient captés par des microphones situés en champ proche, et d'évaluer l'écart résultant entre la valeur exacte d'un coefficient de couplage (qui est égal à 1 dans le cas présent où la déformée de la source correspond à celle d'un mode) et la valeur estimée par les microphones. Cette approche consiste à calculer la puissance rayonnée par les modes de \mathbf{Z}_r , mais en utilisant l'expression de l'estimateur de la puissance rayonnée (*cf.* relation (2.44)), parce qu'elle n'est dépendante que de la pression acoustique, et correspond donc à une grandeur accessible à un contrôleur classique. La puissance estimée est ensuite comparée à la puissance de référence. La déformée \mathbf{v}_s de la source est successivement choisie égale à un des modes de l'opérateur \mathbf{Z}_r . Le rapport W_p/W_a correspond alors, pour chaque mode, à l'estimation de son coefficient de couplage tel qu'il est estimé par un contrôleur.

Pour une source dans des conditions données (pas d'échantillonnage et rapports L/λ et L/l constants), la surface conforme de récepteurs est placée à différentes distances comprises dans un intervalle allant de 10 cm à 10 m. Pour un mode donné, une estimation de W_p est réalisée à

chaque distance.

La figure 4.1 représente, pour différents modes de \mathbf{Z}_r et dans le cas d'une source voisine de la longueur d'onde ($L/\lambda = 0.88$), l'évolution en fonction de la distance d'observation, du rapport W_p/W_a exprimé en dB. L'expérience a été réalisée avec une source de dimensions $L = 3$ m et

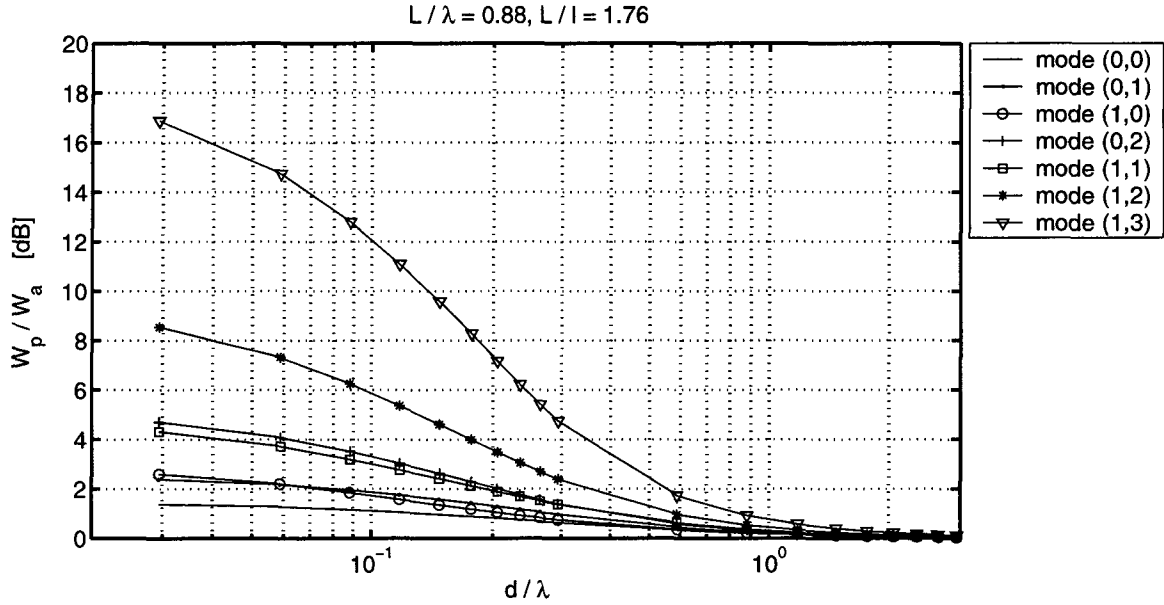


FIG. 4.1 – Evolution du rapport W_p/W_a en fonction de la distance d'observation - Cas d'une source voisine de la longueur d'onde.

$l = 1.7$ m, un pas d'échantillonnage régulier $\Delta s = 0.1$ m et une fréquence de 100 Hz. Nous avons observé des résultats identiques pour des tailles différentes, mais à des fréquences telles que la taille relative reste constante. La taille choisie correspond, comme l'a montré la figure 3.11, à un cas pour lequel seuls quelques modes ont une efficacité de rayonnement non négligeable. Pour la taille relative de source considérée ici, les modes (0,0) et (0,1) possèdent des efficacités de rayonnement voisines. Le mode (1,1) correspond à la 5^{ème} contribution la plus élevée et possède déjà une efficacité de rayonnement 6.7 fois plus faible que celle du mode (0,0).

Nous remarquons tout d'abord, d'une manière générale, que lorsque la distance d'observation diminue, la puissance semble systématiquement être surestimée quel que soit le mode considéré. Lorsque la distance d'observation devient supérieure à la longueur d'onde acoustique, l'estimation de la puissance converge vers la puissance de référence pour les différents modes présentés. La convergence semble cependant plus rapide pour les modes d'ordre peu élevé. Nous remarquons également que la surestimation dépend non seulement de la distance mais aussi de la structure de chaque mode (en terme de nombre de lignes nodales). Cependant, pour la taille relative de source considérée, la surestimation semble importante quel que soit le mode excepté pour les trois premiers, où l'écart est d'environ 1 à 2 dB à 0.1λ . A cette distance, l'écart avoisine les 12 dB dans le cas du mode (1,3) et ne cesse de croître pour les modes d'ordre encore plus élevé, non représentés ici.

La figure 4.2 représente, pour différents modes de \mathbf{Z}_r et dans le cas d'une source grande par rapport à la longueur d'onde ($L/\lambda = 3.52$), l'évolution en fonction de la distance d'observation, du rapport W_p/W_a exprimé en dB. L'expérience a été réalisée avec la même source que dans le cas précédent mais à une fréquence de 400 Hz. Cette taille de source correspond cette fois à un cas pour lequel de très nombreux modes ont atteint leur maximum d'efficacité de rayonnement

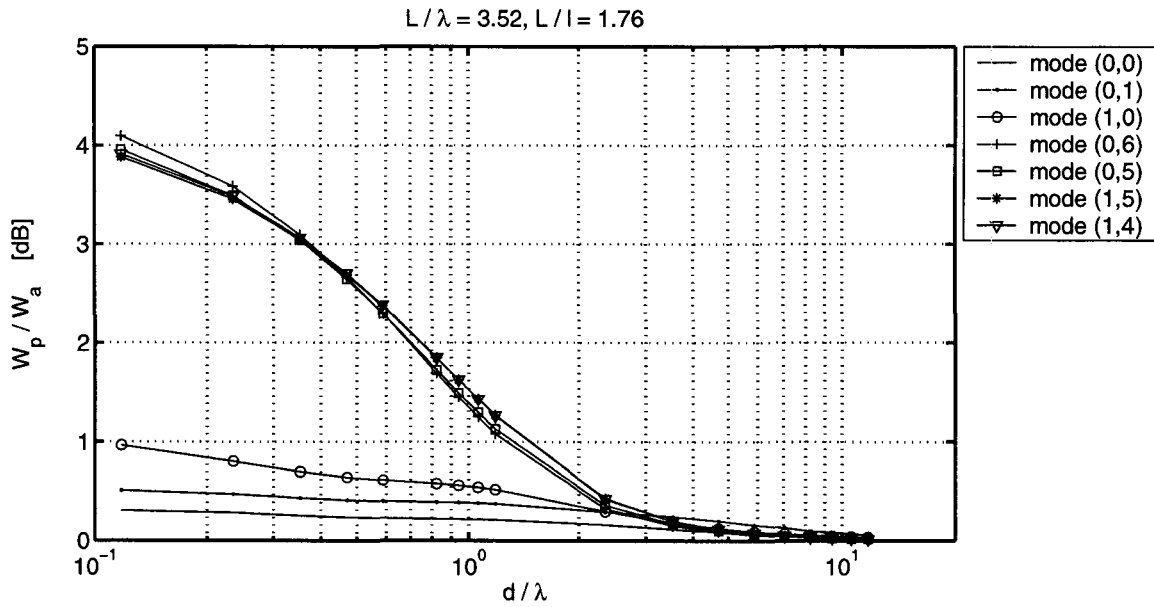


FIG. 4.2 – Evolution du rapport W_p/W_a en fonction de la distance d'observation - Cas d'une grande source.

(cf. figure 3.11). Tant que la déformée de la source n'est pas prise en compte, comme c'est le cas ici, la plupart des modes ont donc potentiellement la même aptitude à transférer de l'énergie vers les récepteurs. Pour donner un ordre de grandeur comparable au cas précédent, le mode (2,4) correspond à la 5^{ème} contribution la plus élevée et possède une efficacité de rayonnement seulement 1.15 fois plus faible que celle du mode (0,6), qui correspond à la contribution la plus élevée.

Nous remarquons à nouveau une tendance à surestimer la puissance lorsque la distance d'observation diminue, et une convergence vers la puissance de référence lorsque la distance augmente. Une différence importante par rapport au cas précédent est que la surestimation est ici beaucoup moins importante. La figure 4.2 représente quelques modes déjà représentés dans le cas précédent mais aussi d'autres. Les modes (0,6), (0,5), (1,5) et (1,4) possèdent en fait les 4 efficacités de rayonnement les plus importantes, respectivement, alors que celles-ci étaient très faibles dans le cas précédent. C'est pourquoi ils sont représentés ici. Les modes (0,0), (0,1) et (1,0) possèdent ici des efficacités de rayonnement qui occupent respectivement les 24, 23 et 22^{ème} rangs mais qui ne sont pas pour autant négligeables, ils sont représentés à titre comparatif avec le cas précédent. Là encore, nous constatons que la surestimation semble liée à la structure du mode et tend à croître lorsque celle-ci augmente.

Chaque mode de rayonnement apparaît donc avoir un comportement propre en champ proche qui dépend des dimensions de la surface émissive, de la structure du mode et de la distance relative. Nous avons remarqué au chapitre précédent, par l'intermédiaire des valeurs propres de l'opérateur, que l'efficacité de rayonnement des modes peut être déterminée au préalable pour un problème dont la géométrie de la source et la fréquence de travail sont connues. De la même manière, il semble que l'on puisse considérer que le comportement des modes en champ proche pour une distance donnée soit également une caractéristique propre. Pour certaines géométries simples, Hübner [30] montre que ce comportement peut être déterminé analytiquement. Par exemple, dans le cas où la surface émissive est une sphère et que la surface d'observation est une sphère concentrique (conforme à la source), il parvient à une forme explicite du rapport W_p/W_a , fonction de la structure des harmoniques sphériques et de la distance relative d'observation. En

effectuant un développement analogue dans le cas où la surface d'observation n'est pas conforme, il parvient à la conclusion que le rapport dépend non seulement de la distance relative, mais plus généralement de la forme de la surface d'observation. Les tendances qu'il a observé dans le cas de la source sphérique apparaissent similaires à celles que nous avons pu observer dans notre cas, où la surface est plane. Cependant, dans notre cas il ne semble pas exister de forme explicite de la pression rayonnée en champ proche. Bobrovnikskii [5] propose également une description analytique des caractéristiques champ proche de multipôles, mais son étude demeure essentiellement appliquée à la géométrie sphérique. Il s'intéresse également à des géométries cubiques et cylindriques mais ne parvient cependant pas dans ces cas à généraliser son approche.

D'un point de vue physique, deux phénomènes sont à l'origine de cet écart entre la puissance estimée et la puissance de référence. La pression acoustique captée par les microphones ne permet évidemment pas d'estimer correctement une grandeur vectorielle comme les intensités active et réactive. De ce fait l'estimation de la puissance uniquement avec la pression acoustique va se traduire par une erreur commise sur l'estimation de l'intensité active et par une prise en compte partielle de phénomènes réactifs. Dans le cas de l'intensité active, l'erreur vient du fait que la partie rotationnelle, qui ne contribue normalement pas à la puissance rayonnée (lorsque la surface d'observation est fermée), n'est pas complètement dissociée de la partie divergente, seule responsable de la puissance rayonnée en champ lointain. L'amplitude de l'intensité normale à la surface s'en trouve alors perturbée. Les remarques du § 2.1.2 semblent toutefois souligner que le choix d'une surface conforme tend à minimiser cette erreur. Précisons également que la composante rotationnelle de l'intensité active est d'autant plus importante que la source est petite par rapport à la longueur d'onde et que la structure du mode est complexe (mode d'ordre élevé), ce qui explique probablement la surestimation plus marquée dans le cas $L/\lambda = 0.88$ de la figure 4.1. La surestimation de la puissance rayonnée lorsque l'on rapproche la surface d'observation est également liée à la prise en compte d'une partie des effets réactifs, ceux liés à l'énergie potentielle moyenne. D'après les différents cas étudiés et au regard de la littérature sur le sujet, nous proposons ici une interprétation de l'écart entre W_a et W_p en faisant la distinction entre les sources petites par rapport à λ et les sources plus grandes que λ . Dans le premier cas, l'écart plus important résulterait de la coexistence d'une composante rotationnelle de \mathbf{I} non négligeable et d'effets réactifs. Dans le second cas, l'écart plus faible résulterait essentiellement de la présence des effets réactifs, la composante rotationnelle de \mathbf{I} tendant à devenir négligeable par rapport à la composante divergente. Et, pour une taille de source donnée, nous avons observé que l'écart augmentait avec la structure du mode considéré, ce qui pourrait être attribué aux phénomènes d'échanges d'énergie, au voisinage de la surface émissive, entre les ventres adjacents d'un mode.

D'un point de vue pratique, où les récepteurs seraient les microphones d'un système de contrôle actif, placés en champ proche, l'écart entre la puissance effectivement rayonnée en champ lointain et l'estimation de la puissance faite par les microphones, doit pouvoir être considérée comme une pondération supplémentaire (à celles des efficacités de rayonnement), que l'on figerait au préalable dans le contrôleur pour chaque mode à traiter. En effet, lorsque les modes, la fréquence de travail et la distance des microphones ont été choisis, l'écart est une caractéristique « stable » pour chaque mode. La tendance étant à la surestimation de la puissance, cette pondération doit être une atténuation du signal capté par les microphones, qui captent une pression plus élevée.

Afin d'appuyer les interprétations précédentes, il est également intéressant d'observer comment évolue la puissance réactive W_{rf} liée au flux à travers la surface enveloppe (*cf.* relation (2.42)), en fonction de la distance d'observation.

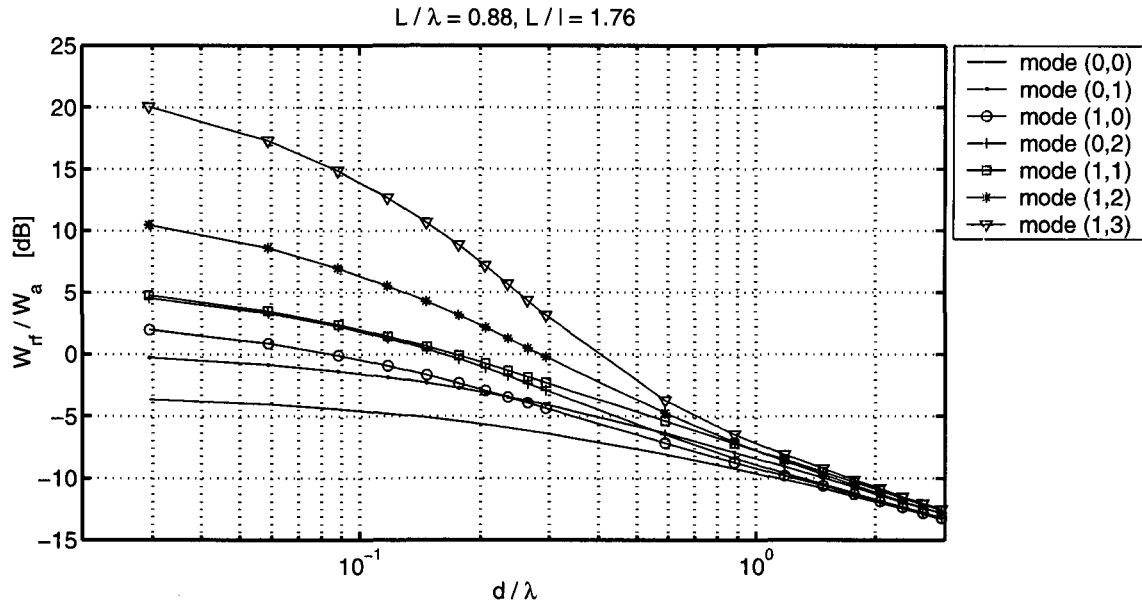


FIG. 4.3 – Evolution du rapport W_{rf}/W_a en fonction de la distance d'observation - Cas d'une source voisine de la longueur d'onde.

La figure 4.3 représente, pour différents modes de \mathbf{Z}_r et dans le cas d'une source voisine de la longueur d'onde ($L/\lambda = 0.88$), l'évolution en fonction de la distance d'observation, du rapport W_{rf}/W_a exprimé en dB. Nous observons tout d'abord que l'importance des effets réactifs en champ proche est à nouveau liée à la structure des modes. Le mode (1,3) par exemple, possède une puissance réactive 100 fois plus grande que la puissance active à 0.03λ alors que le mode (0,0) possède une puissance réactive environ 2 fois inférieure à la puissance active. La figure 4.3 semble donc confirmer les interprétations effectuées au regard de la figure 4.1, dans le sens que W_p intègre une partie des effets réactifs. La décroissance des effets réactifs en fonction de la distance semble être une caractéristique propre à chaque mode, cependant au-delà de $d/\lambda \sim 1$, la décroissance ne dépend plus de la structure du mode et évolue alors avec une pente en $1/d$, caractéristique de la décroissance géométrique du champ lointain.

La figure 4.4 représente la même évolution mais dans le cas d'une grande source ($L/\lambda = 3.52$). La comparaison avec la figure 4.2 semble confirmer le lien entre l'importance de la surestimation de la puissance active et la présence plus ou moins marquée d'effets réactifs. En effet les modes (0,6), (0,5), (1,5) et (1,4) qui présentaient la surestimation la plus élevée en champ proche, s'avèrent également ceux qui présentent les effets réactifs les plus importants. De même, les modes (0,0), (0,1) et (1,0) pour lesquels la surestimation ne dépassait pas 1 dB, sont caractérisés ici par des effets réactifs très faibles. La décroissance en champ lointain est toujours dans ce cas caractérisée par une pente en $1/d$, mais en champ proche, certains modes sont caractérisés par la présence d'un minimum qui se produit aux voisinage de $d/\lambda \sim 1$.

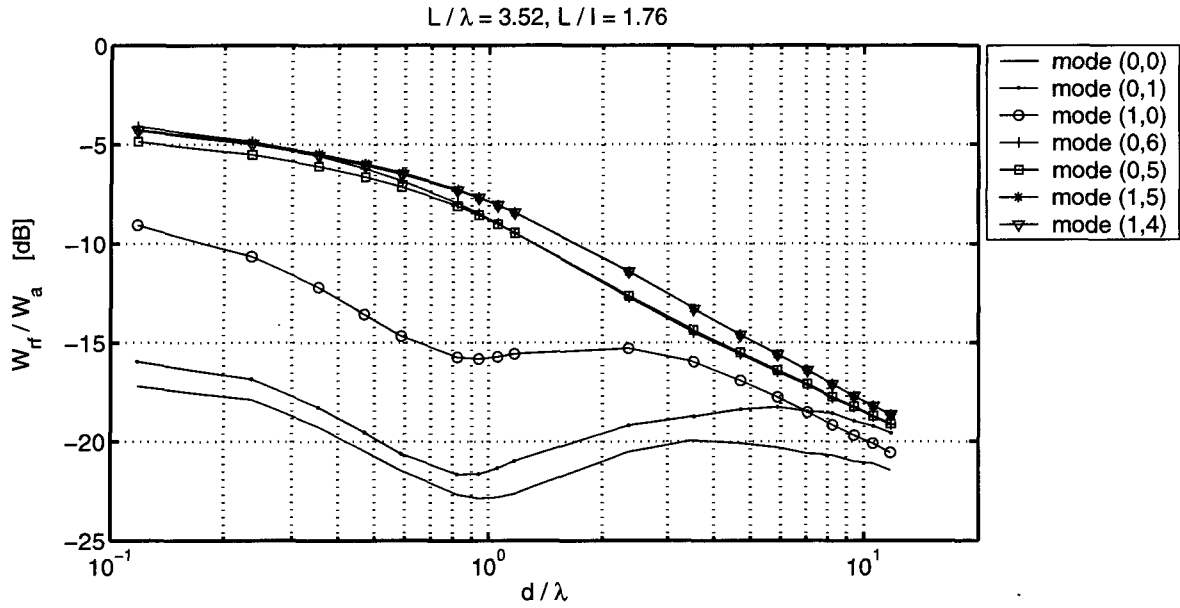


FIG. 4.4 – Evolution du rapport W_{rf}/W_a en fonction de la distance d'observation - Cas d'une grande source.

Bilan du § 4.1

En conclusion, l'étude du comportement des modes de rayonnement en fonction de la distance d'observation a permis de mettre en évidence les tendances suivantes :

- Pour une source donnée, la surestimation de la puissance dépend de la distance d'observation (plus généralement de la forme de la surface d'observation), de la structure du mode considéré, et de la fréquence.
- La surestimation est plus marquée pour les petites sources, pour les modes d'ordre élevé et pour une distance d'observation faible.
- La surestimation semble due à la coexistence en champ proche d'une composante rotationnelle de l'intensité active et d'effets réactifs.
- Dans le cas pratique d'un système de contrôle actif, cette surestimation semble pouvoir être intégrée dans le contrôleur comme une pondération supplémentaire à celle introduite pour représenter l'efficacité de rayonnement d'un mode.

4.2 Analyse d'une structure plane bafflée

La décomposition en valeurs singulières de l'opérateur étant effectuée, il s'agit maintenant d'opérer la sélection des degrés de liberté nécessaires pour atteindre la précision $\varepsilon(W_p)$ sur le champ de pression à une distance préalablement fixée. Conformément aux propos du § 2.6, la sélection est réalisée de manière à minimiser le nombre total de degrés de liberté nécessaire pour parvenir à l'objectif. La prise en compte de l'excitation passe par la détermination des coefficients c_j (cf. relation (2.51)), qui rendent compte de l'importance de chaque mode dans l'approximation de la déformée de la source. Le produit d'une valeur singulière et de son coefficient c_j associé permet alors d'évaluer la contribution de chaque mode au champ rayonné. Les différents modes sont ensuite sélectionnés au regard de leur contribution jusqu'à ce que la précision souhaitée soit

atteinte.

Après une brève description de la géométrie du problème et des déformées testées, l'évolution des coefficients de couplage et des contributions individuelles sont étudiés en fonction de la distance d'observation. Puis, la méthode de sélection des degrés de liberté est appliquée à une source plane rectangulaire bafflée. Le champ de pression issu de la déformée approchée est finalement comparé au champ de pression de référence, afin de contrôler que l'objectif de précision est atteint.

4.2.1 Description des déformées étudiées

La source étudiée est une surface plane rectangulaire de dimensions $L = 3$ m et $l = 1.7$ m, le pas d'échantillonnage est régulier et égal à 10 cm selon les deux axes de la source, ce qui représente un total de 510 émetteurs. L'intervalle de fréquence étudié se situe de 100 Hz à 400 Hz de manière à aborder le cas d'une source de taille voisine de la longueur d'onde ($f = 100$ Hz, $L/\lambda = 0.88$) et le cas d'une source de plus grande taille ($f = 400$ Hz, $L/\lambda = 3.52$).

Les déformées étudiées sont de deux natures, d'une part des déformées « test » (piston, monopolaire, dipolaire, ...) n'ayant pas nécessairement une réalité physique, et d'autre part des déformées issues de mesures accélérométriques effectuées sur une face de la cuve d'un transformateur de puissance. Les déformées test, représentées figures 4.5 à 4.8, offrent l'avantage d'être bien connues et permettent ainsi de mettre en évidence la notion de « contribution modale ». Les spectres des puissances active de référence (W_a), estimée (W_p), et réactive (W_{rf}) sont également représentés pour chacune de ces déformées.

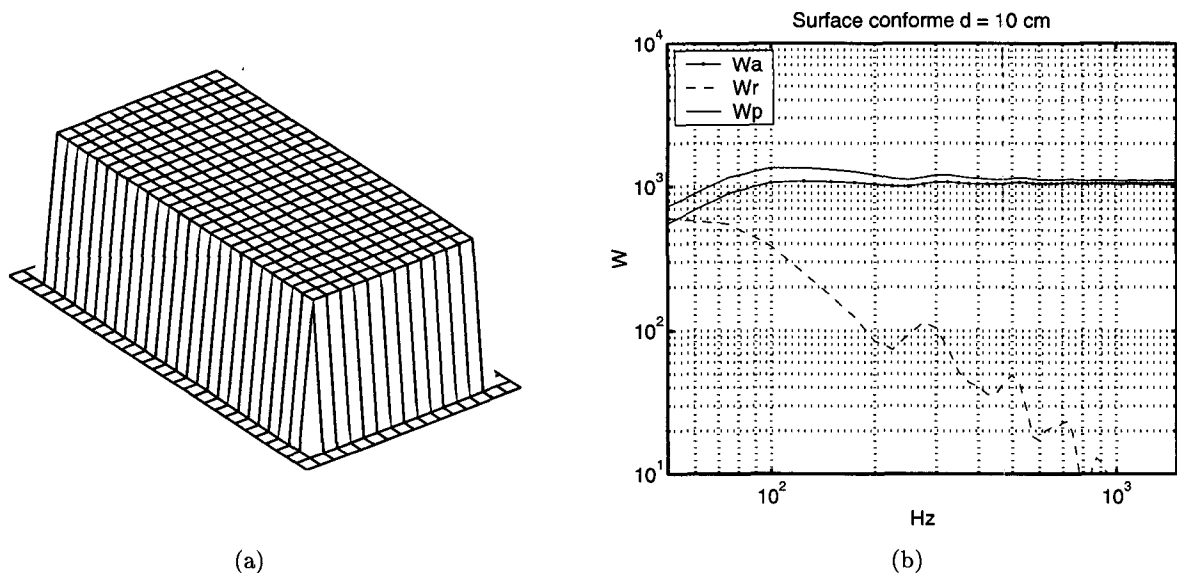


FIG. 4.5 – La déformée en piston

Parmi ces déformées figurent celle en « piston », pour laquelle l'amplitude et la phase de chaque point source est constante; celle « impulsion » où un seul point source possède une amplitude non nulle; celles « monopolaire » et « dipolaire » qui reproduisent sous forme étendue un comportement majoritairement monopolaire et dipolaire, respectivement.

La puissance réactive a été estimée à partir d'une surface conforme située à 10 cm de la surface émissive. De ce fait, elle ne correspond pas exactement à la puissance réactive mais seulement à

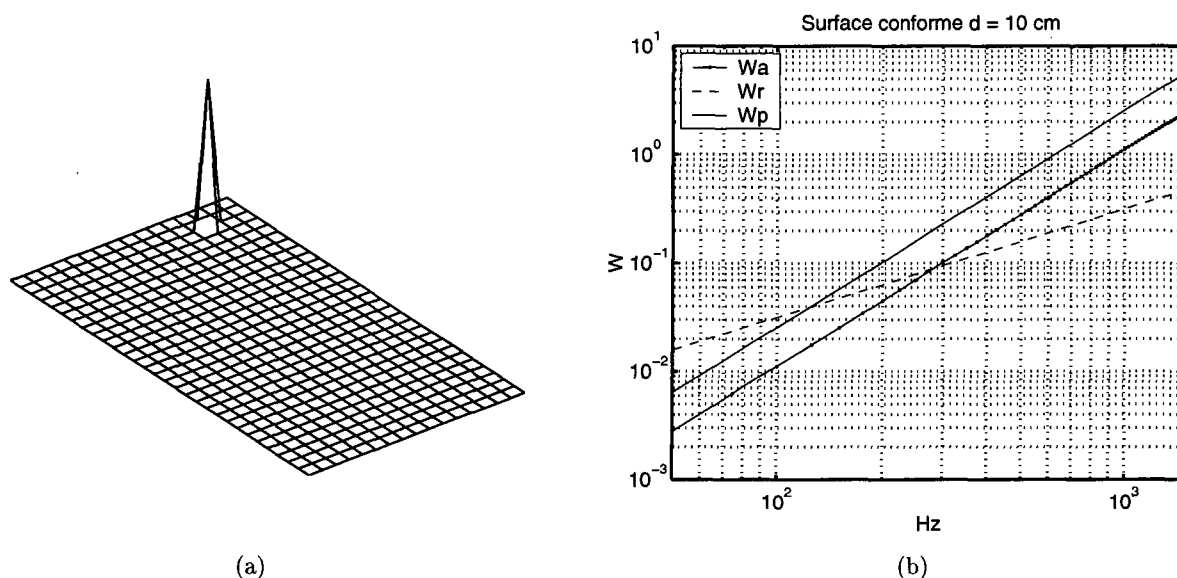


FIG. 4.6 – La déformée impulsion

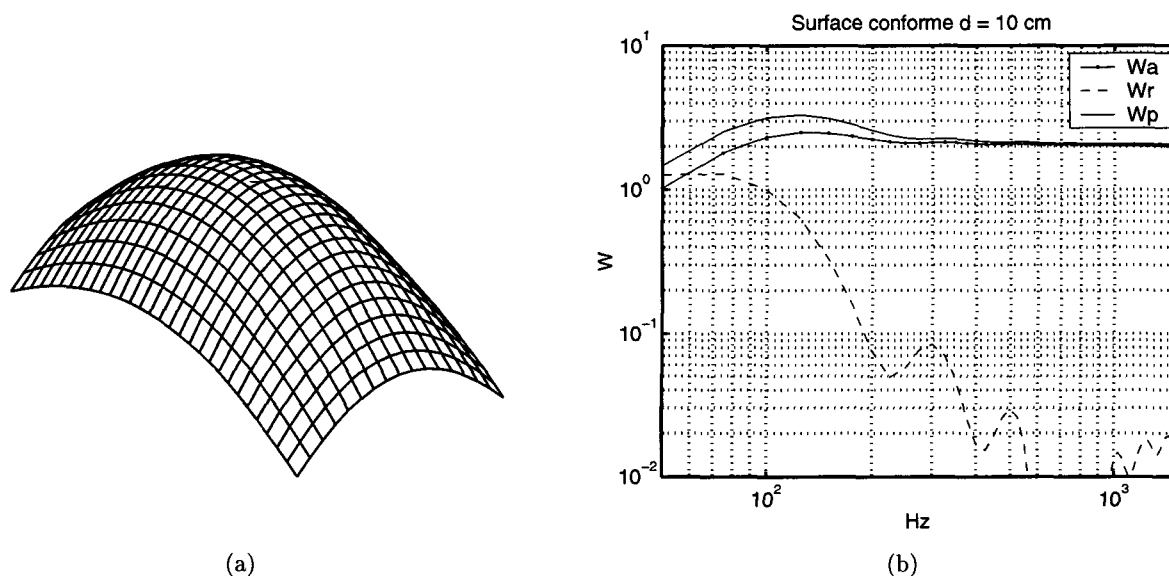


FIG. 4.7 – La déformée monopolaire

la partie traversant la surface d'observation (*cf.* relation (2.42)). Néanmoins, la surface conforme étant située relativement proche de la source, la partie correspondant à l'intégrale sur le volume délimité par la surface source et la surface enveloppe est probablement suffisamment petite pour considérer que le flux réactif présente des caractéristiques semblables à la puissance réactive « totale » (intégrale sur le volume + intégrale sur la surface d'observation). L'estimation W_p est obtenue à partir de la relation (2.43) mais dans le cas d'une surface conforme située en champ proche à 10 cm de la surface émissive. Ceci a pour but de se faire une idée de l'erreur commise lorsque cette relation est utilisée dans un cas très défavorable, ne correspondant absolument pas à son domaine de validité.

Hormis le cas de la déformée impulsion, les spectres de la puissance active présentent deux zones caractéristiques d'évolution en fonction de la fréquence. L'une, correspondant à la partie

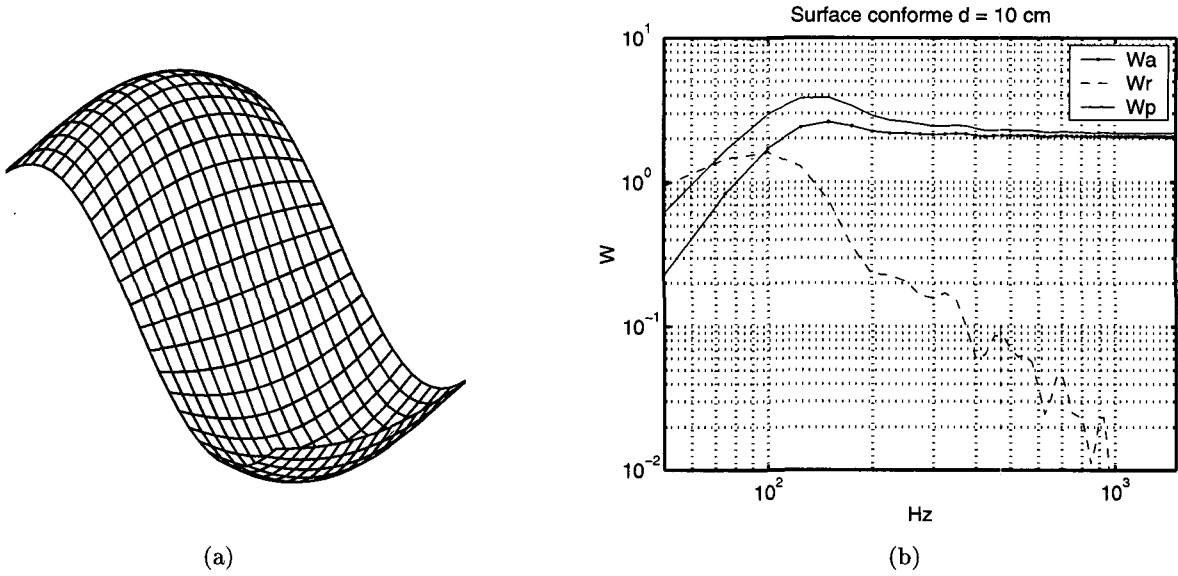


FIG. 4.8 – La déformée dipolaire

« basse » du spectre, est caractérisée par une augmentation rapide la puissance rayonnée. L'autre, correspondant à la partie « haute » du spectre, est caractérisée par une stabilisation de la puissance rayonnée, qui n'évolue alors quasiment plus avec la fréquence. Ces deux zones sont séparées par une zone de transition où la puissance rayonnée peut présenter un maximum. Physiquement, la fréquence de ce maximum, appelée « fréquence de coupure du mode (m,n) », correspond à la coïncidence entre le nombre d'onde spatial et le nombre d'onde acoustique $k = \omega/c$. Pour les déformées piston et monopôle, la coïncidence se produit aux environs de 120 Hz et pour celle de type dipôle autour de 150 Hz, comme le montrent les figures 4.5, 4.7 et 4.8 respectivement. Le principal intérêt de cette représentation de la puissance rayonnée en fonction de la fréquence est qu'elle situe la zone dans laquelle se trouve la ou les fréquences de travail qui nous intéressent. En effet, la nature et l'extension du champ proche peuvent être très différentes suivant la zone de fréquence dans laquelle rayonne la source. Berry *et al* [3] comparent différentes stratégies de placement en champ proche des capteurs d'erreur d'un système de contrôle actif dans le cas de sources planes bafflées. Leurs résultats expérimentaux montrent que pour $k/k_{mn} < 1$ (partie basse du spectre), la source est caractérisée par une faible aptitude à rayonner, et pour $k/k_{mn} > 1$ (zone qui s'étend au-delà de la résonance), elle possède une aptitude plus forte. La comparaison d'une stratégie basée sur la minimisation des carrés de pression en champ proche avec une basée sur la minimisation de l'intensité active en champ proche, montre que cette dernière est plus efficace que la première uniquement dans le cas où $k/k_{mn} > 1$. Dans l'autre cas, c'est l'inverse, en raison de la présence d'une composante rotationnelle importante dans l'intensité active, qui perturbe le processus de minimisation. Ces phénomènes de circulation tendent à être moins marqués pour $k/k_{mn} > 1$. Les fréquences auxquelles nous allons étudier les modes de rayonnement, comprises entre 100 et 400 Hz, vont nous permettre d'aborder les deux situations discutées précédemment, dans le sens qu'à 100 Hz, nous nous trouvons au-dessous de la fréquence de coupure dans le cas de la déformée dipolaire, dans la zone de transition dans le cas des déformées piston et monopolaire, et à 200 Hz et plus, nous nous trouvons au-dessus de la fréquence de coupure.

En ce qui concerne la puissance réactive, nous pouvons remarquer dans le cas de toutes les déformées test excepté l'impulsion, qu'elle tend dans un premier temps à croître, à passer par un maximum, puis à décroître rapidement. Le maximum se produit juste avant la coïncidence et la décroissance se produit donc déjà avant le maximum de puissance active. Par conséquent, avant

la coïncidence, des effets résistifs et réactifs sont présents. Après la coïncidence, les effets résistifs sont prédominants et les effets réactifs tendent à devenir très faibles au fur et à mesure que la fréquence augmente. L'observation de l'évolution de W_p (estimateur de la puissance rayonnée) avec la fréquence semble montrer que la puissance active est largement surestimée avant la coïncidence ainsi que dans la zone de coïncidence. En revanche, l'estimation W_p tend à se rapprocher de W_a pour des fréquences plus élevées. Il faut préciser que lorsque la fréquence augmente, la distance relative tend à augmenter elle aussi, étant donné que la distance réelle est fixe. Dans le cas représenté, la distance réelle est de 10 cm, ce qui correspond par exemple à une distance relative de 0.03λ à 100 Hz et de 0.3λ à 1000 Hz. C'est probablement pour cette raison que l'estimation est meilleure aux fréquences élevées. Le choix d'une distance telle que $d/\lambda \sim 0.3$ à 100 Hz confirmerait cette interprétation dans le sens que l'erreur diminue fortement dans ce cas. Cela montre tout de même qu'il est possible d'obtenir une estimation relativement satisfaisante de la puissance active à partir de l'estimateur de la puissance rayonnée, à condition de ne pas placer la surface d'observation dans le champ très proche. Toutes ces observations semblent montrer que les effets réactifs tendent à disparaître très rapidement lorsque l'on s'éloigne de la source.

La puissance rayonnée par la déformée impulsion (*cf.* figure 4.6) présente une évolution fréquentielle qui est différente, dans le sens que l'on observe une pente constante (sur un axe log-log) sur tout l'intervalle de fréquence étudié (50-1500 Hz). En réalité, la coïncidence se produit probablement beaucoup plus haut en fréquence, étant donnée la petite dimension de l'impulsion comparativement à la taille de la source.

Les déformées accélérométriques, représentées figure 4.9(a) et 4.9(c), permettent simplement d'aborder des situations plus proches de la réalité, de par l'absence de symétries et la présence d'irrégularités qui les caractérisent. Leurs spectres de puissance respectifs sont représentés figure 4.9(b) et 4.9(d) sur l'intervalle de fréquence 50-1500 Hz. Un transformateur de puissance est une source de bruit harmonique qui rayonne à un ensemble de fréquences correspondant à des multiples du double de la fréquence du secteur. Ces deux déformées correspondent au comportement vibratoire aux deux premières fréquences où le rayonnement du transformateur est marqué : le fondamental (100 Hz) et le premier harmonique (200 Hz). Les figures 4.9(a) et 4.9(c) permettent de constater une augmentation de la complexité de la déformée à 200 Hz ($\lambda_c \sim 0.5$ m) par rapport à celle observée à 100 Hz ($\lambda_c \sim 1$ m), ce qui se traduit approximativement par une diminution de moitié de la longueur d'onde caractéristique. Nous remarquons également une certaine inhomogénéité dans la structure des déformées vibratoires, reflet de la « complexité mécanique » de la structure sous-jacente. En effet, Ces déformées sont extraites d'une des faces d'un transformateur, qui comporte de nombreuses pièces rapportées sur ses parois : renforts horizontaux, jonctions avec le système de refroidissement, vannes, soudures, *etc.*

Les figures 4.9(b) et 4.9(d) montrent que les fréquences du fondamental et des premiers harmoniques se situent dans la zone où cohabitent des effets résistifs et des effets réactifs. Le comportement fréquentiel de W_a , W_r et W_p apparaît relativement similaire à celui déjà observé dans le cas des déformées test. La principale différence est qu'il n'est pas possible dans ce cas de prédire avec précision à quelle fréquence la coïncidence va se produire, étant donnée la variabilité de la longueur d'onde caractéristique sur la déformée.

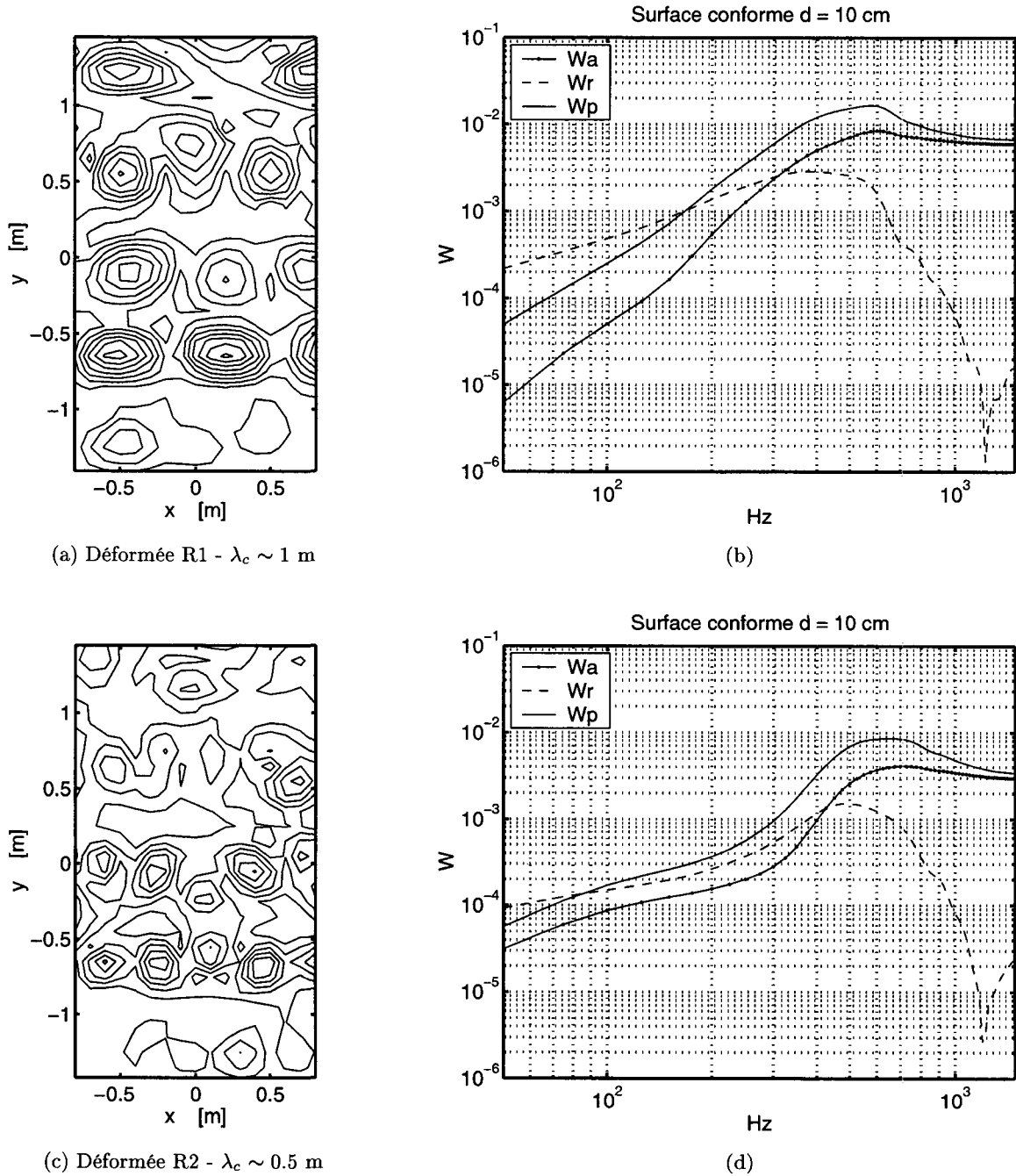


FIG. 4.9 – Caractéristiques des déformées vibratoires de la source.

4.2.2 Analyse des termes de la décomposition

Préalablement à la sélection des degrés de liberté, on se propose dans un premier temps d'étudier, en fonction de la distance d'observation, les termes de la série sur laquelle va être réalisée la troncature (*cf.* relation (2.62)). Chaque terme est composé d'une valeur singulière, dont le comportement a déjà été étudié au § 3.2 et d'un coefficient de couplage c_j (*cf.* relation (2.51)), produit de la répartition de vitesse de la source et de l'estimation d'un vecteur propre \mathbf{v}_j de la matrice décrivant l'opérateur \mathbf{H} .

Afin de permettre la comparaison entre les différentes déformées proposées, les coefficients

sont rapportés à la norme Euclidienne de la vitesse $\|\mathbf{v}_s\|_2$ de la source. Ainsi, la valeur d'un coefficient de couplage normalisé de la sorte est nécessairement compris entre 0 et 1, représentant respectivement un couplage nul (\mathbf{v}_j est orthogonal à \mathbf{v}_s) et un couplage total (\mathbf{v}_s est égal à \mathbf{v}_j). Les graphiques sont ici présentés en échelle lin-lin car cette échelle s'est avérée la mieux adaptée à la représentation des phénomènes à observer.

Les coefficients de couplage sont tout d'abord étudiés à $f = 100$ Hz, fréquence correspondant à un cas où la source est voisine de la longueur d'onde ($L/\lambda = 0.88$). La figure 4.10 représente, en fonction de la distance et pour toutes les déformées proposés, l'évolution des coefficients de couplage normalisés correspondants aux modes (0,0), (0,1) et (0,2). A cette fréquence et pour les trois modes étudiés (et tous les autres), le rapport du nombre d'onde acoustique k et du nombre d'onde spatial k_{mn} est toujours inférieur à 1. On remarque tout d'abord la présence générale de deux zones distinctes dans l'évolution en fonction de la distance : une zone à l'intérieur de laquelle les coefficients fluctuent, suivie d'une zone où ils tendent à se stabiliser pour former un « plateau ». Cette dernière zone qui s'étend au-delà d'environ une longueur d'onde semble signifier que la déformée du mode associé n'évolue plus au-delà de $d/\lambda = 1$. Il en résulte, si l'on se réfère à la relation (2.51) exprimant les coefficients de couplage, que l'estimation des vecteurs \mathbf{v}_j de l'opérateur évoluent en fonction de la position de la surface d'observation, la déformée \mathbf{v}_s de la source étant indépendante de la distance d'observation. L'analyse des vecteurs \mathbf{v}_j montre d'une part que ces vecteurs sont complexes, et d'autre part que la partie imaginaire tend à augmenter lorsque l'on se rapproche de la source et tend au contraire à devenir négligeable à grande distance. En champ lointain, cette partie imaginaire est suffisamment petite pour considérer que les vecteurs sont réels, ces derniers convergent alors vers ceux de l'opérateur \mathbf{Z}_r .

L'évolution des coefficients dans la première zone peut être croissante ou décroissante. Le piston par exemple, illustre bien ce phénomène si nous comparons l'évolution des coefficients associés aux modes (0,0) et (0,2). Le premier, correspondant à une déformée monopolaire, a son coefficient $|c_j|$ qui augmente avant de se stabiliser, signe que le couplage entre la source et ce mode est plus faible à proximité de la source. La présence d'une transition brutale de la déformée sur les bords du piston se traduit au voisinage de la source par un champ qui n'est pas uniquement monopolaire, mais qui présente également un caractère multipolaire. A plus grande distance, les dimensions du piston tendent à devenir petites par rapport à la distance d'observation, si bien que le comportement du piston devient équivalent à celui du monopôle. Le mode (0,2) a un comportement opposé dans le sens que son coefficient de couplage tend à diminuer avant de se stabiliser, ce qui semble confirmer qu'à proximité de la source le champ acoustique du piston possède une composante champ proche qui ne se propage pas. Nous retrouvons donc ici le comportement connu du piston qui se comporte comme un monopôle en champ lointain mais qui possède des caractéristiques champ proche différentes. Notons également que le couplage du mode (0,2) n'est pas nul pour une observation faite en champ lointain. Un coefficient de couplage est d'autant plus élevé que la déformée du mode associé tend vers celle de la source. La stabilisation du coefficient du mode (0,2) à une valeur non nulle dans le cas du piston traduit le fait que la déformée de ce mode possède une certaine ressemblance avec la déformée du piston, ce qui n'est par contre pas le cas du mode (0,1) qui possède un coefficient de couplage voisin de zéro quelque soit la distance d'observation.

La répartition monopolaire diffère de celle du piston uniquement par l'absence de front raide sur les bords. Le couplage du mode (0,0) dans le cas de la répartition monopolaire est par conséquent encore plus élevé et celui du mode (0,2) plus faible. On remarque également dans ce cas que, contrairement au cas du piston, le couplage de mode (0,2) tend vers zéro lorsque la distance d'observation augmente. La répartition dipolaire est couplée quasi-exclusivement au

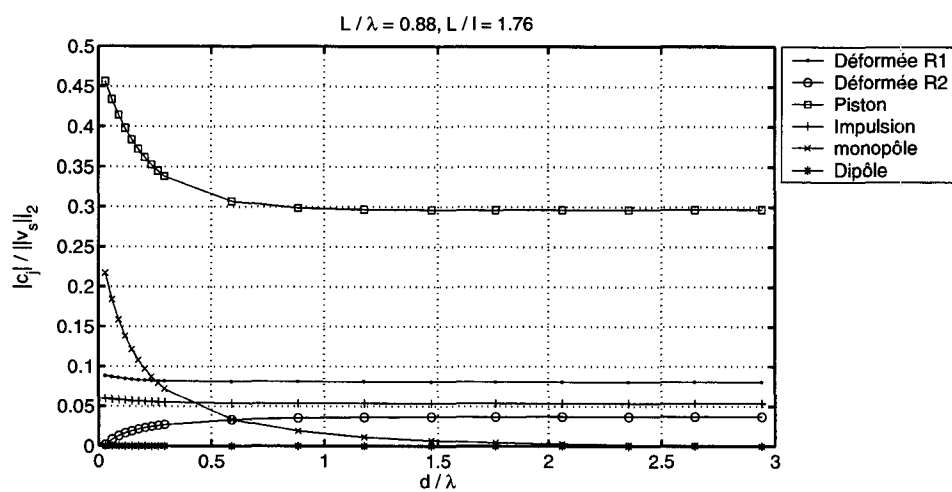
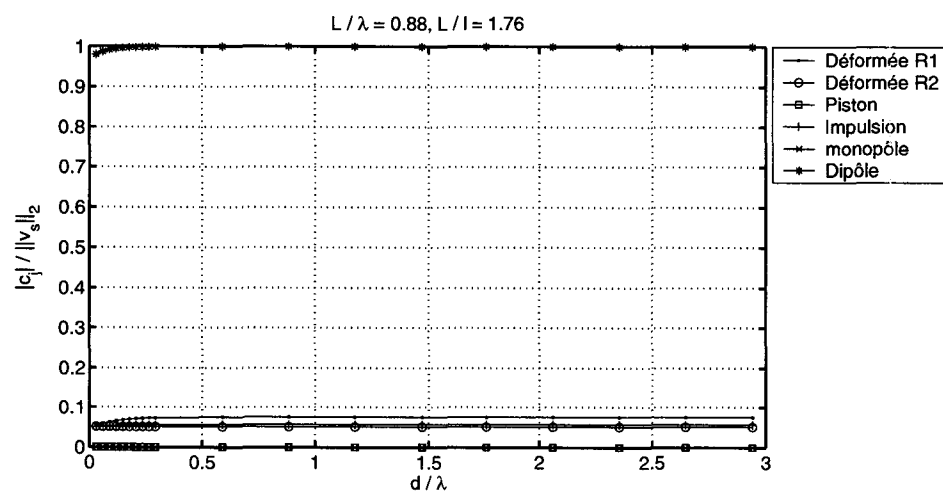
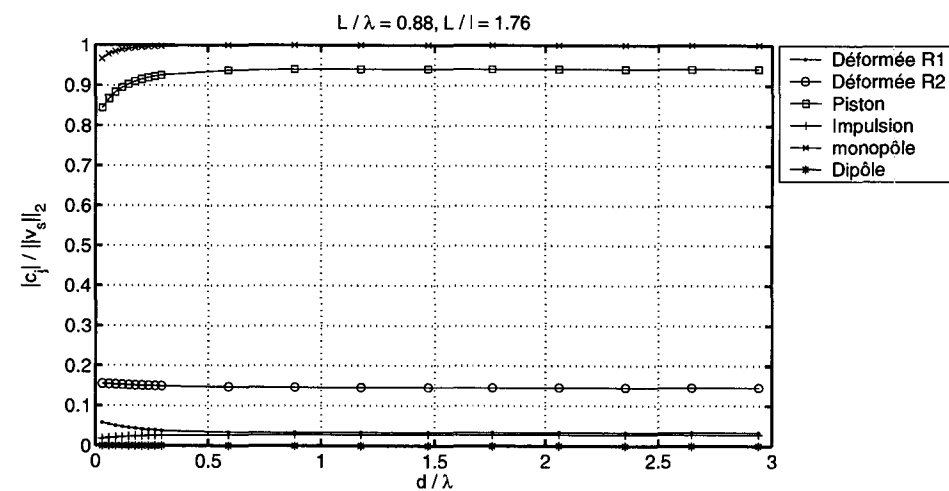


FIG. 4.10 – Comparaison des coefficients de couplage - $L/\lambda = 0.88$.

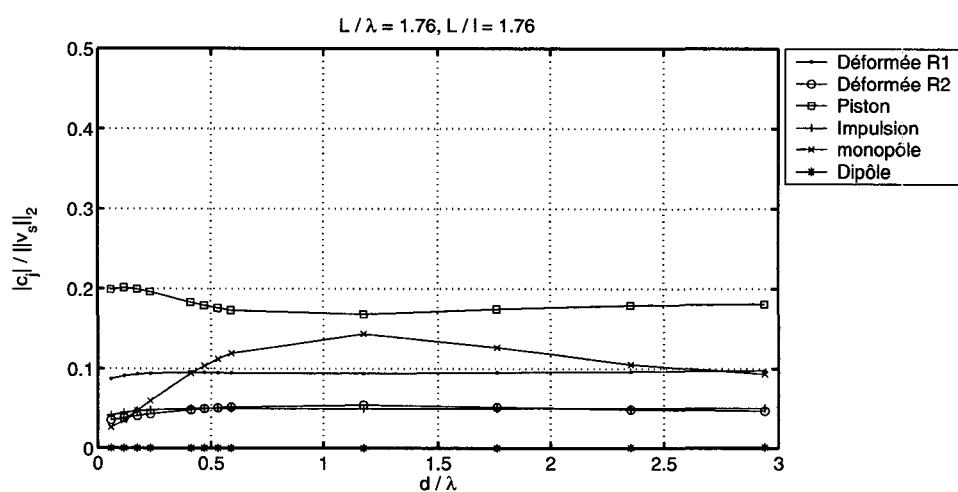
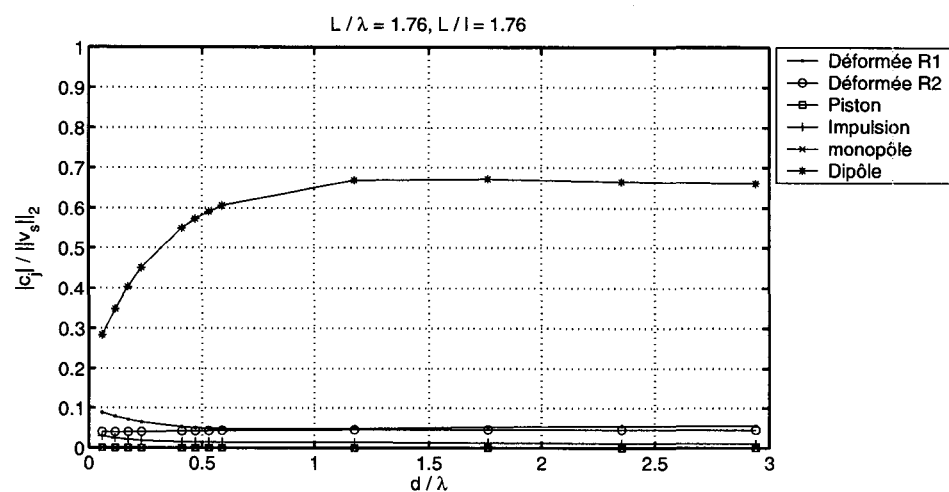
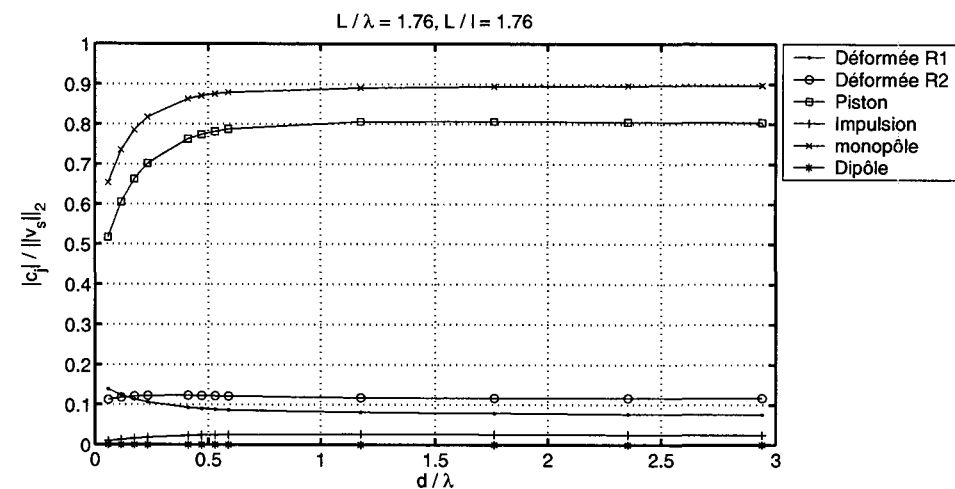
mode (0,1) du fait que sa déformée correspond elle aussi à un comportement dipolaire. Dans le cas de la déformée impulsion, aucun des trois modes ne présente un fort couplage. L'échelle spatiale de cette déformée est beaucoup plus faible que celle des trois modes présentés. Il est fort probable que cette déformée soit couplée à des modes d'ordre plus élevé, ceux dont l'échelle spatiale se rapproche de celle de l'impulsion étudiée. Pour $L/\lambda = 0.88$, les modes présentés ici sont associés aux trois valeurs singulières les plus élevées quelle que soit la distance d'observation. La rapide décroissance des valeurs singulières à cette fréquence et les faibles valeurs de couplages observées pour les trois premières laisse penser que ce type de déformée nécessitera la conservation d'un grand nombre de termes dans la série. L'interprétation peut être effectuée en faisant le parallèle avec le traitement de signal où la série de Fourier d'une impulsion nécessite théoriquement une infinité de termes.

Les déformées réelles R1 et R2 se situent entre la simplicité du piston (du monopôle et du dipôle) et la complexité de l'impulsion. Les trois modes étudiés ont un coefficient de couplage peu élevé, ce qui n'est pas vraiment surprenant étant donné que l'échelle spatiale de ces deux déformées est notablement plus petite (*cf.* figures 4.9(a) et 4.9(c)). L'observation des couplages pour des modes d'ordre plus élevé semble montrer que le couplage important se produit lorsque l'échelle spatiale du mode devient voisine de celle des déformées en question. Cependant, étant donnée la rapide décroissance des valeurs singulières à cette fréquence, les contributions des modes fortement couplés ne seront pas nécessairement élevées du fait qu'ils sont associés à des valeurs singulières qui sont déjà notablement plus faible que les quelques premières.

Dans le cas d'une source petite par rapport à la longueur d'onde, où la décroissance des valeurs singulières est rapide, les coefficients de couplages des modes associés aux quelques premières valeurs singulières sont un bon indicateur de la complexité du champ acoustique au niveau des récepteurs. S'ils sont petits (cas de la déformée impulsion), l'approximation de la déformée nécessitera probablement un nombre important de modes car les coefficients de couplages d'ordre supérieur devront être d'autant plus importants que les valeurs singulières sont faibles. Au contraire, si les premiers coefficients de couplages sont élevés (cas de la déformée piston, par exemple), les premières contributions suffiront probablement à reproduire une grande partie du champ acoustique.

La figure 4.11 représente l'équivalent de la figure précédente pour $f = 200$ Hz, fréquence correspondant à un cas où la source est plus grande que la longueur d'onde ($L/\lambda = 1.76$). A cette fréquence, le rapport k/k_{mn} est supérieur à 1 dans le cas des modes (0,0) et (0,1) et quasiment égal à 1 dans le cas du mode (0,2). Les modes d'ordre plus élevé, non représentés ici, ont un rapport k/k_{mn} inférieur à 1. La limite séparant la zone de variation de celle de stabilité se situe dans ce cas à $d/\lambda \cong 1.5$. En fait, il semble que cette limite soit liée à la taille de la source plutôt qu'à la longueur d'onde. En effet, les deux exemples présentés ici ($L/\lambda = 0.88$ et $L/\lambda = 1.76$) ainsi que des observations effectuées à des fréquences plus élevées semblent montrer que cette limite se situe approximativement à $d \cong L$.

Les déformées piston et monopolaire présentent des tendances similaires au cas précédent hormis le fait que les coefficients de couplage pour les modes (0,0) et (0,2) se stabilisent à des valeurs moins élevées, signe que la déformée de ces modes a évolué, bien que leur forme générale soit la même. Il en va de même pour la déformée dipolaire qui semble moins couplée au mode (0,1) que dans le cas précédent. La forme d'un mode (m,n) semble donc évoluer avec la fréquence, sans pour autant changer radicalement, le nombre de lignes nodales reste inchangé. Le coefficient de couplage du mode (0,2) qui, dans le cas de la déformée piston et monopôle, présentait une décroissance remarquable en champ proche avant de se stabiliser, ne présente ici quasiment plus de variation. La fréquence 200 Hz qui nous intéresse ici se trouve coïncider avec la fréquence de

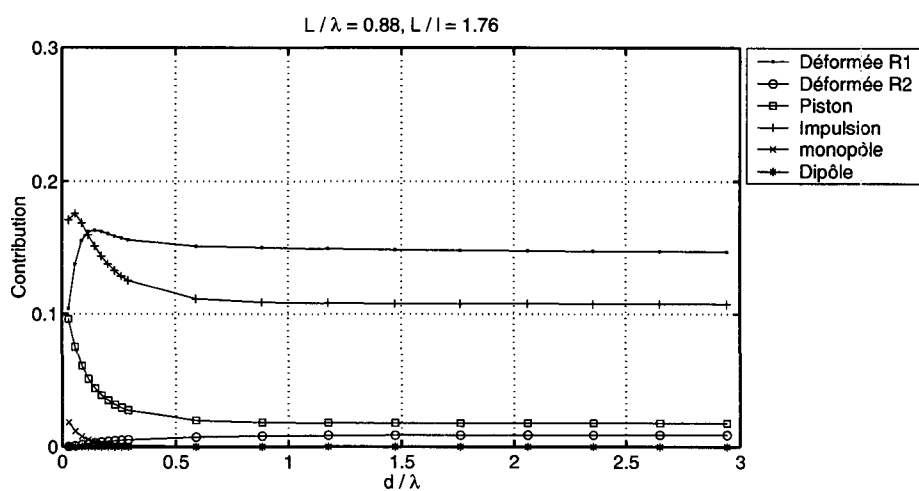
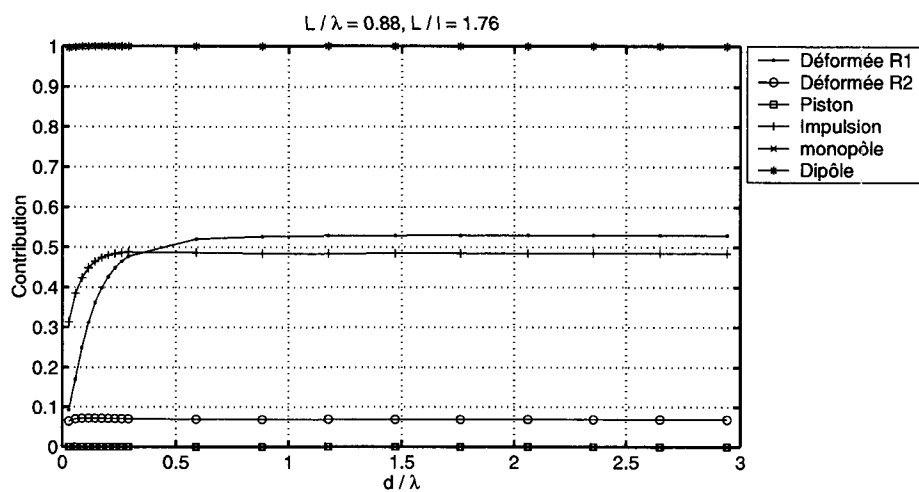
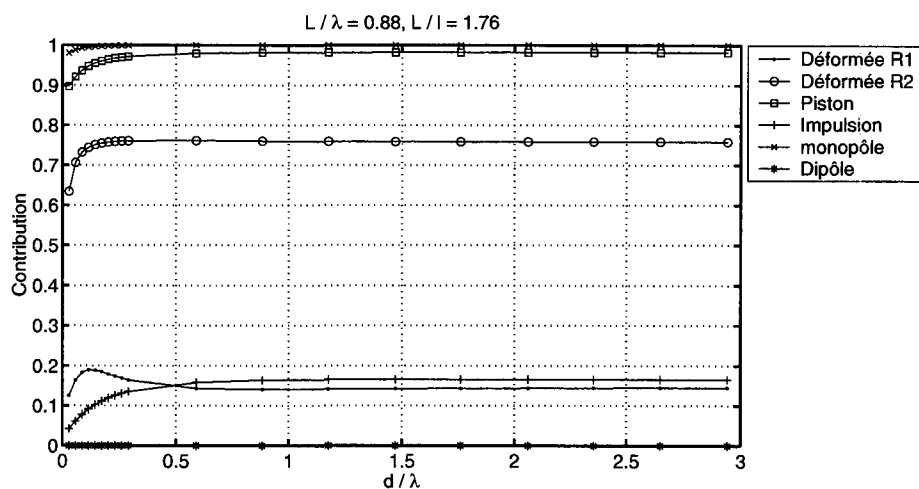
FIG. 4.11 – Comparaison des coefficients de couplage - $L/\lambda = 1.76$.

coupure de ce mode ($f_c^{(0,2)} \cong 197$ Hz), qui de ce fait possède une forte capacité à rayonner et qui est également caractérisé par la disparition des phénomènes évanescents. Cette disparition de la zone de variation semble donc liée au fait que le mode (0,2), qui était subsonique à 100 Hz, devient supersonique au-delà d'environ 200 Hz.

Dans le cas d'une source plus grande que la longueur d'onde, la décroissance des valeurs singulières est plus lente, il peut par conséquent y avoir de nombreuses d'entre elles qui sont du même ordre de grandeur. Il existe alors de nombreux modes qui ont potentiellement la capacité de transférer de l'énergie vers les récepteurs. Une faible valeur de couplage pour les modes associés aux premières valeurs singulières n'est alors plus nécessairement significative d'un champ acoustique complexe. En effet, les modes prépondérants peuvent dans ce cas ($L/\lambda > 1$) provenir d'ordres plus élevés, à condition que leurs valeurs de couplage soient plus élevées que la décroissance des valeurs singulières. Ceci n'était pas possible dans le cas de sources petites par rapport à λ en raison de la chute brutale des valeurs singulières.

Nous nous intéressons maintenant à la « contribution » proprement dite des différents termes de la série, exprimée par la relation (2.62). Pour chaque mode, le coefficient de couplage est pondéré par sa valeur singulière. L'appellation « contribution » désigne ici un terme de la série, correspondant à un mode donné, et que l'on normalise à la somme de toutes les contributions, soit $\lambda_j^2 |c_j|^2 / W_p$. La normalisation n'a ici que pour objectif de permettre une comparaison plus aisée des différents cas étudiés. Les contributions ainsi exprimées sont nécessairement comprises entre 0 et 1, correspondant respectivement une contribution nulle et une contribution totale.

La contribution normalisée établit finalement la hiérarchie définitive des différents modes. C'est à partir de leurs importances relatives que va être réalisée la sélection des termes prédominants. La figure 4.12 représente, en fonction de la distance et pour toutes les déformées, l'évolution des contributions normalisées individuelles pour les modes déjà étudiés précédemment et pour le cas d'une petite source ($L/\lambda = 0.88$). Nous constatons, d'une manière générale, que les deux intervalles de distance mis en évidence dans le cas des coefficients de couplage se retrouvent également dans le cas des contributions. L'observation de la zone de variation fait apparaître deux familles majeures de comportements des modes avec la distance. Il existe d'une part des modes pour lesquels la contribution croît avec la distance, signe que leur action est plus marquée en champ lointain, et d'autre part des modes pour lesquels la contribution décroît, signe que leur action est plus marquée en champ proche. Cependant, dans les deux cas, la contribution dans la zone stable n'est pas nécessairement nulle. La zone de variation semble donc caractérisée par la coexistence, dans des proportions relatives plus ou moins importantes, de phénomènes évanescents et de phénomènes propagatifs. La décroissance exponentielle avec la distance, caractéristique des phénomènes évanescents, disparaît d'autant plus rapidement que la fréquence d'excitation est proche de la fréquence de coupure du mode en question. Cependant, au voisinage de la surface émissive, la composante évanescence se trouve être dans certains cas encore suffisamment importante pour ne pas être négligeable par rapport à la composante propagative. Au-delà d'une certaine distance, la décroissance exponentielle rend les phénomènes évanescents négligeables et seule subsiste alors la composante propagative. La zone de stabilisation semble donc être liée à la disparition des phénomènes évanescents, ou du moins à leur diminution suffisante pour qu'ils puissent être considérés comme négligeables. Cette disparition des phénomènes évanescents se traduit au sein des vecteurs \mathbf{v}_j par une partie imaginaire qui tend à devenir négligeable devant la partie réelle. Les phénomènes propagatifs sont donc probablement liés à la partie réelle des vecteurs \mathbf{v}_j et les phénomènes évanescents liés à la partie imaginaire. En ce qui concerne l'évolution croissante ou décroissante des contributions dans la zone de variation, le sens de cette évolution semble être lié à la proportion des phénomènes éva-

FIG. 4.12 – Comparaison des contributions normalisées - $L/\lambda = 0.88$.

nescents comparativement aux phénomènes propagatifs. Une évolution décroissante serait due à une composante évanescence importante alors qu'une évolution croissante traduirait plutôt la prépondérance des phénomènes propagatifs. Par ailleurs, il est intéressant de remarquer que la zone où les contributions deviennent stables est rapidement atteinte. Ainsi les modes représentés ont un comportement stable avec la distance déjà à partir de $d/\lambda = 1$. Ceci pourrait signifier que les caractéristiques du champ acoustique n'évoluent quasiment plus au-delà de cette distance.

Dans le cas des déformées piston et monopolaire, le mode (0,0) permet à lui seul de reproduire le champ de pression sur les récepteurs avec une erreur de l'ordre de 1 à 2 % sur tout l'intervalle de distance excepté à la proximité directe de la source ($d/\lambda \leq 0.15$) où l'erreur reste inférieure à 10 %. Le mode (0,2) semble compléter la contribution du mode (0,0) dans le sens qu'il contribue davantage à proximité de la source. La sélection des deux termes correspondant à ces deux modes permettrait alors d'obtenir une erreur inférieure à 1 % quelle que soit la distance d'observation. Il en va de même pour la déformée dipolaire où le seul mode (0,1) suffit pour obtenir une précision inférieure à 1 %. Dans le cas de l'impulsion, les contributions semblent plus dispersées dans le sens que la somme des trois modes présentés conduit à une précision d'environ 20 %. Une reproduction plus précise du champ de pression nécessite la sélection de davantage de termes. La comparaison des deux déformées accélérométriques fait apparaître que R1 possède un comportement majoritairement dipolaire (mode (0,1) dominant) et R2 un comportement monopolaire (mode (1,1) dominant). Ainsi, pour R1, la sélection du mode (0,1) se traduit par une précision de l'ordre de 50 %, et pour R2, la sélection du mode (0,0) se traduit par une précision d'environ 25 %.

La figure 4.13 représente, en fonction de la distance et pour toutes les déformées, l'évolution des contributions normalisées individuelles pour le cas d'une source de plus grande taille ($L/\lambda = 1.76$). On remarque ici que le mode (0,2), associé à la valeur singulière la plus élevée, ne possède pas une contribution très importante et ce quelle que soit l'une des déformées testées. Ce cas représente donc un exemple où c'est le coefficient de couplage qui s'impose malgré une valeur singulière associée élevée. De même, le mode (0,0) associé à λ_5 occupe la première place dans le classement des contributions dans le cas des déformées piston et monopolaire, malgré le fait que la valeur singulière associée soit la 5^{ème} au classement. Le cas $L/\lambda = 1.76$ représente déjà un cas où la décroissance des valeurs singulières est moins brutale, renforçant ainsi l'importance du coefficient par rapport à celle de la valeur singulière. On peut constater d'une manière générale qu'à 200 Hz les contributions sont réparties sur un plus grand nombre de modes qu'à 100 Hz, plus de termes devront donc être conservés dans la somme afin de parvenir à la précision $\varepsilon(W_p)$ souhaitée.

La stabilisation des contributions, qui se situait approximativement à $d \cong \lambda$ à 100 Hz, se trouve être au voisinage de $d \cong 2\lambda$ à 200 Hz. Ces deux distances rapportées à la longueur d'onde acoustique correspondant en fait à une seule et même distance physique $d \cong 3$, il semble alors probable que cette distance limite soit effectivement liée à la taille de l'objet. Cette limite pourrait donc correspondre à la limite entre le champ proche hydrodynamique et le champ proche géométrique. Ceci tendrait à signifier que la structure du champ acoustique en champ proche géométrique est peu différente de celle du champ lointain.

Les différentes observations de l'évolution des coefficients de couplage et des contributions en fonction de la distance ont permis d'illustrer la présence et les effets de la composante propagative du champ acoustique, liés à la partie réelle de l'opérateur, et ceux de la composante non-propagative, liés à la partie imaginaire de l'opérateur. La disparition de la composante non-propagative à grande distance, se traduit alors par une stabilisation de la structure du champ, qui n'est plus liée qu'à sa composante propagative. L'opérateur tend dans ce cas à devenir une

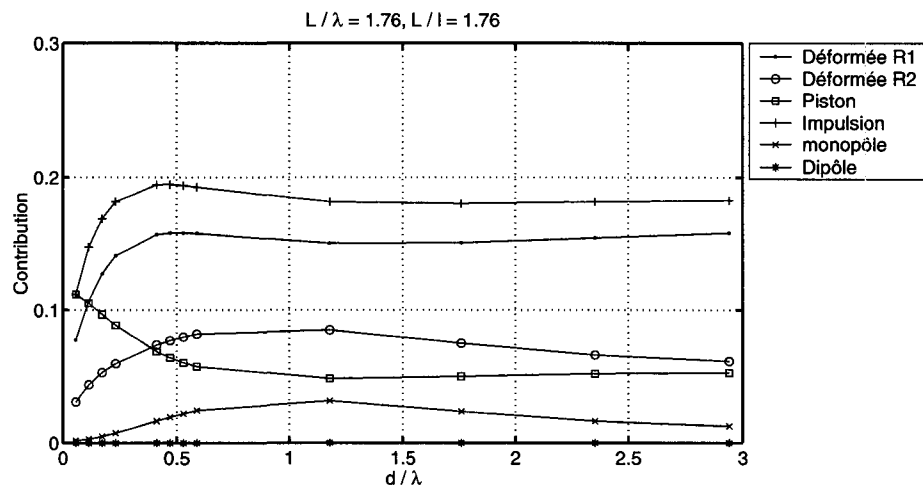
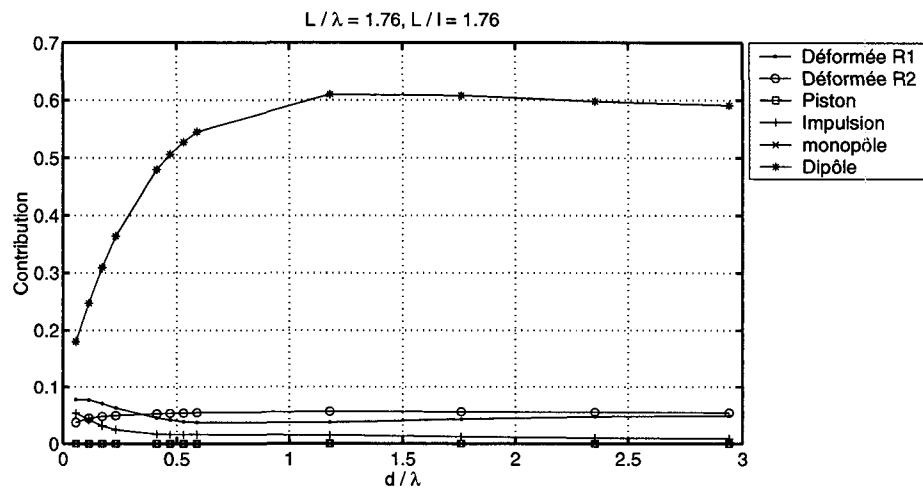
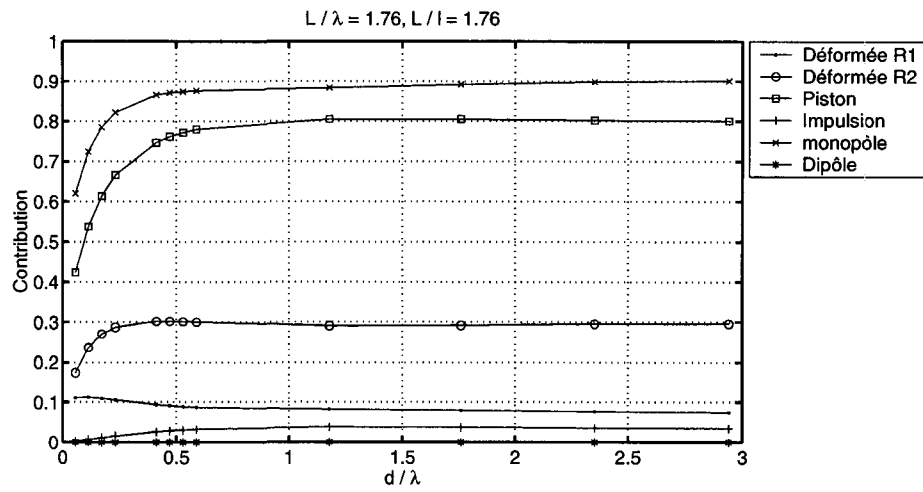


FIG. 4.13 – Comparaison des contributions normalisées - $L/\lambda = 1.76$.

matrice quasi-réelle, dans le sens que la partie imaginaire de chacun de ses termes devient très petite par rapport à la partie réelle.

4.2.3 Sélection des degrés de liberté nécessaires

L'estimation du nombre de degré de liberté consiste à déterminer le nombre minimal de modes nécessaire pour estimer la puissance rayonnée en champ lointain par la source avec une précision $\varepsilon(W_p)$ fixée (relation (2.64)). Les différents modes sont sélectionnés au regard de l'importance de leur contribution au champ rayonné au niveau de la surface de récepteurs située à la distance d , jusqu'à ce que la précision souhaitée soit atteinte. L'obtention du nombre de degrés de liberté passe donc par la détermination de l'ordre de troncature N_t de la série \hat{W}_p (relation (2.66)). L'estimation de N_t est répétée autant de fois qu'il y a de distances d'observation entre 10 cm et 10 m. A chaque distance correspond un classement des contributions qui n'est pas nécessairement le même en champ proche et en champ lointain. Cette estimation a donc pour objectif d'étudier comment la structure du champ acoustique évolue avec la distance d'observation, et dans quelle mesure elle est capable d'approcher la puissance rayonnée en champ lointain.

La figure 4.14 représente, en fonction de la distance et pour toutes les déformées, l'évolution du nombre nécessaire de degrés de liberté pour une précision $\varepsilon(W_p) = 0.1$. Dans le cas d'une source petite par rapport à la longueur d'onde (figure 4.14(a)), on peut remarquer que l'évolution avec la distance peut se scinder en deux intervalles pour lesquels la différence de comportement est significative. A proximité de la source, le nombre de degrés de liberté est important et varie brutalement ; plus loin, ce nombre atteint une valeur minimale définitivement stable. Il est intéressant de remarquer que la délimitation de ces deux zones est située très près de la source à $d \cong 0.3\lambda$. Ceci semble montrer qu'en basse fréquence, la complexité du champ acoustique est confinée au voisinage immédiat de la source et laisse très rapidement place à la structure définitive du champ. Cependant, la stabilité du nombre de termes n'implique pas nécessairement que leur nature le soit elle aussi. En effet, cette représentation fournit une information sur le degré de complexité à une distance donnée sans prêter attention à la possible évolution des termes qui sont à l'origine d'un état de complexité.

Du fait de la grande ressemblance (fort coefficient de couplage) entre les déformées tests de types piston, monopolaire, dipolaire et un mode de la source, on peut constater dans ce cas qu'un seul terme suffit à atteindre la précision fixée. L'apparente complexité de la déformée impulsion ne semble pas se répercuter sur le champ acoustique car seulement cinq termes suffisent à obtenir une précision de 10 % pour une distance supérieure à un dixième de λ . La transition brutale, caractéristique de cette déformée, se traduit par un effet localisé à proximité de la surface mais ne se propageant pas vers le champ lointain. Ceci est une illustration de l'importance de la taille d'un phénomène et de l'échelle à laquelle il est observé. Ainsi, cette déformée peut être considérée comme un phénomène de petite taille par rapport à la longueur d'onde et sa complexité semble avoir un effet sur le champ acoustique uniquement à l'intérieur d'un intervalle de distance du même ordre de grandeur que ce phénomène.

De même, l'aspect irrégulier et asymétrique des déformées réelles R1 et R2 semble se manifester essentiellement à proximité de la surface émissive. A plus grande distance, la structure du champ apparaît relativement simple puisque seulement cinq et deux termes sont respectivement nécessaires pour R1 et R2. La complexité apparente d'une déformée ne se traduit donc pas nécessairement par un champ acoustique complexe en champ lointain.

Dans le cas d'une source de grande taille (figure 4.14(b)), on peut constater, quelle que soit la déformée testée, que le nombre de degrés de liberté se stabilise à une valeur plus élevée que dans

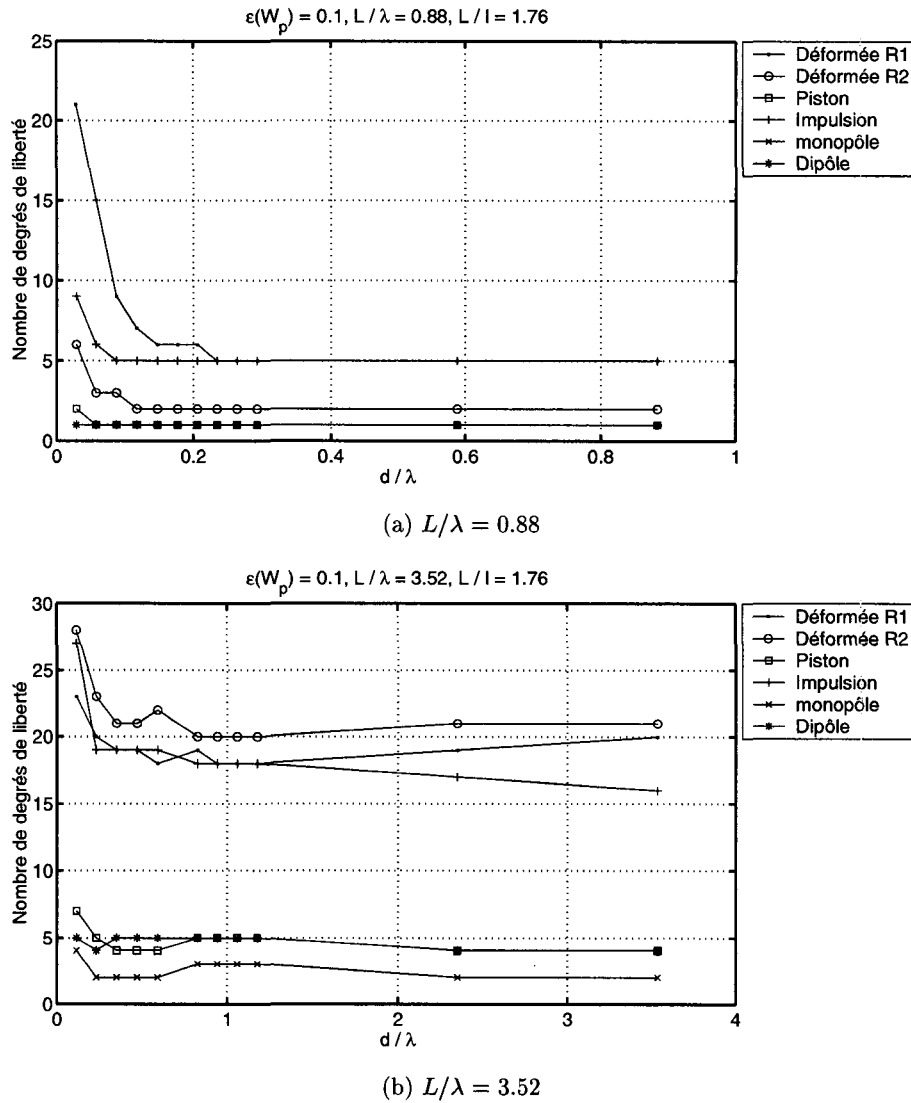


FIG. 4.14 – Evolution du nombre nécessaire de degrés de liberté en fonction de la distance - $\varepsilon(W_p) = 0.1$.

le cas de la source de petite taille. Par exemple, l'obtention de la précision $\varepsilon(W_p) = 0.1$ en champ lointain nécessite la sélection de quatre termes dans le cas de la déformée piston alors qu'un terme seulement était nécessaire à 100 Hz ($L/\lambda = 0.88$), la déformée R1 nécessite vingt termes contre cinq à 100 Hz. La structure du champ acoustique semble donc se complexifier avec la fréquence. On peut également remarquer la présence de deux groupes de comportements : un groupe de déformées (piston, monopôle et dipôle) conduisant à un champ acoustique caractérisé par un petit nombre de degrés de liberté, et un groupe de déformées (R1, R2 et impulsion) conduisant à un champ acoustique caractérisé par un plus grand nombre de degrés de liberté. Cette distinction, qui n'apparaissait pas clairement dans le cas de la petite source, est probablement due aux différences du spectre des variations spatiales des déformées étudiées. Le contenu spectral des déformées R1, R2 et impulsion est plus large et agit par conséquent sur une plus large étendue fréquentielle.

La distinction entre les deux zones mise en évidence précédemment paraît moins nette dans le cas de la grande source, dans le sens que la zone correspondant à la stabilisation de la complexité du champ est caractérisée par une « oscillation » ne dépassant pas un degré de liberté. Ce

phénomène est probablement dû au fait que la somme des termes sélectionnés se trouve être très proche de la précision recherchée. En conséquence, la sélection d'un certain nombre de termes conduit soit à une valeur légèrement supérieure, soit à une valeur légèrement inférieure, auquel cas la sélection d'un terme supplémentaire est nécessaire. En négligeant ce phénomène, la séparation des deux zones se situe aux environs de $d/\lambda \cong 1$ mais il semble que si l'on situe cette limite à $d/\lambda \cong 0.3$, l'erreur reste faible (un à deux degrés de liberté) et le champ acoustique paraît être proche de sa structure définitive, celle du champ lointain.

La figure 4.15 représente, pour les déformées réelles uniquement, l'évolution du nombre de degrés de liberté du champ acoustique en fonction de la précision souhaitée, exprimée en dB, pour deux distances différentes : $d = 0.5$ m et $d = 10$ m. Dans le cas de la distance $d = 10$ m,

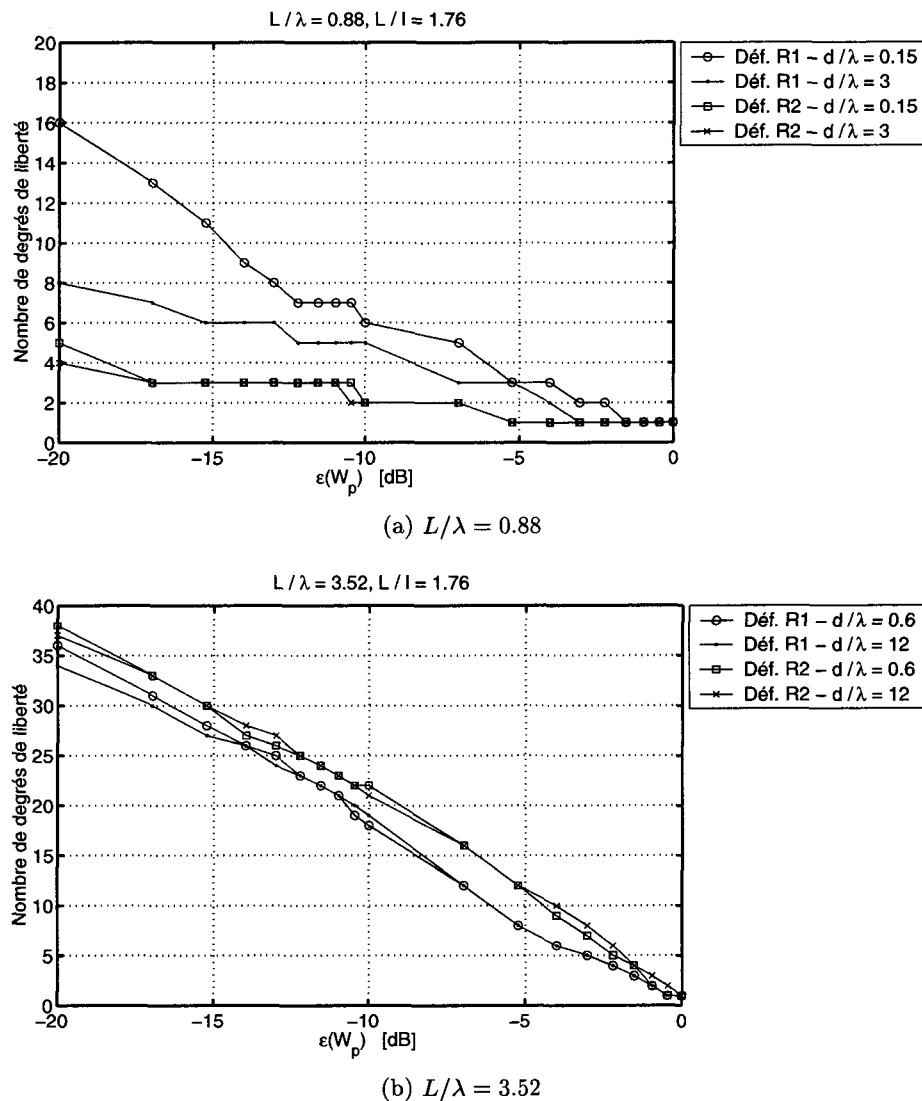


FIG. 4.15 – Evolution du nombre de degrés de liberté en fonction de la précision.

correspondant au champ lointain, la précision exprimée de la sorte est représentative de l'atténuation maximale qu'apporterait un système de contrôle actif. Ce type de graphique est donc très utile pour se faire une idée du nombre de modes que devra traiter le système pour parvenir aux performances souhaitées. La distance $d = 0.5$ m correspond à une situation de champ proche, sans être cependant dans le champ très complexe existant au voisinage direct de la sur-

face émissive. De plus, dans l'idée d'un rapprochement des microphones de contrôle autour d'un transformateur de puissance, cette distance paraît réaliste étant donnée la présence fréquente de nombreux éléments rapportés sur la cuve (système de refroidissement) qui rendent difficile la disposition des microphones à une distance inférieure.

On remarque tout d'abord dans le cas d'une source de petite taille (figure 4.15(a)), l'existence d'un certain écart entre le nombre de degrés de liberté en champ proche et celui en champ lointain, particulièrement lorsque la précision souhaitée est élevée (≤ -15 dB), ce qui en pratique s'avère assez rare. La comparaison des deux déformées fait apparaître une différence remarquable dans le profil d'évolution de la complexité en fonction de la précision, particulièrement en champ proche. La déformée R1 conduit à une augmentation progressive du nombre de termes lorsque la précision augmente, alors qu'au contraire, le nombre de termes dans le cas de la déformée R2 n'évolue que très peu. De plus dans ce dernier cas, la complexité du champ acoustique à 50 cm semble quasiment (à un degré de liberté près) équivalente à celle du champ lointain, ce qui n'est pas le cas pour le champ acoustique issu de la déformée R1, où la différence de comportement pour les deux distances est remarquable. La complexité apparente de la déformée R2 agit donc à 100 Hz essentiellement sur le champ acoustique à proximité de la source ($d < 0.5$ m), la structure du champ lointain s'avère en revanche très simple. En revanche, la complexité du champ acoustique issue de la déformée R1 semble avoir une extension plus importante, dans le sens que nous avons pu observer que la structure définitive du champ n'était pas encore totalement atteinte à 50 cm. Il est également intéressant de souligner que pour une précision inférieure à 0.1 ($\equiv -10$ dB), le nombre de degrés de liberté estimé à 50 cm est équivalent (à un degré de liberté près) à celui estimé en champ lointain. Les performances demandées à un système de contrôle actif traitant le bruit rayonné par un transformateur étant en général de l'ordre d'une dizaine de dB, voire moins, la rapprochement des microphones à une distance comprise entre 50 cm et 1 m semble dans ce cas tout à fait envisageable pour contrôler le champ lointain.

La figure 4.15(b), traitant le cas d'une source de grande taille, présente une tendance assez différente du cas précédent. En effet, la différence de complexité entre le champ proche et le champ lointain apparaît beaucoup plus faible quelle que soit l'une des deux déformées. Chaque degré de liberté supplémentaire semble apporter une contribution du même ordre de grandeur, ce qui n'était pas nécessairement le cas pour la source de petite taille, où les premiers pouvaient avoir une contribution dominante, particulièrement en champ lointain. La recherche de la pente montre que chaque degré de liberté supplémentaire se traduit par une précision accrue de 0.5 dB environ, et ce quel que soit l'une des deux déformées et quelle que soit l'une des deux distances étudiées. Ainsi, l'évolution du nombre de degrés de liberté apparaît toujours croissante au fur et à mesure que la précision demandée est accrue. La tendance semble donc, dans une certaine mesure, indépendante de la déformée. Cette tendance est probablement liée au fait que dans le cas de grandes sources, un plus grand nombre de valeurs singulières tendent à être du même ordre de grandeur. D'après des simulations réalisées pour une distance inférieure à 50 cm (non représenté ici), nous avons tout de même pu observer un écart notable de complexité entre le champ proche et le champ lointain, avec une tendance qui devient dépendante de la déformée.

Les termes « champ proche » et « champ lointain », couramment employés en acoustique, sont généralement synonymes de complexité et proximité de la source pour le premier, et de simplification et d'éloignement de la source pour le second. Néanmoins, la délimitation de ces deux zones est mal définie et il est de coutume de se placer « suffisamment » loin ($d \gg \lambda$ et $d \gg L$) de la source pour se donner une marge de sécurité permettant de garantir la situation de champ lointain. La figure 4.14 a mis en évidence, par l'intermédiaire de la notion de degré de liberté, une possibilité de délimiter plus précisément ces deux zones. Le principal attrait réside dans la possibilité d'estimer la complexité du champ lointain à une distance relativement proche

de la source.

4.2.4 Performances du modèle simplifié

La déformée de la surface source est maintenant remplacée par une déformée approchée, construite à partir des modes conservés par la sélection des degrés de liberté (*cf.* relation (2.72)). Le champ de pression résultant est calculé à partir de cette nouvelle déformée approchée, puis comparé à celui issu de la déformée d'origine (non tronquée). La comparaison est tout d'abord réalisée sur la surface d'observation qui a servi à la sélection des degrés de liberté, sans se soucier de ce qui se passe au-delà de cette surface, notamment en champ lointain. Cette comparaison permet simplement de vérifier que les termes sélectionnés répondent aux exigences définies au départ en terme de précision et de distance sur cette surface. Ensuite, la comparaison est effectuée sur une surface d'observation située en champ lointain, afin de s'assurer que la précision définie au départ sur une surface d'observation située à une distance d , se traduit par une précision en champ lointain au moins égale voire supérieure. Un des objectifs de ce paragraphe est donc de vérifier que la précision définie à la distance objectif est également satisfaite pour des distances supérieures. En pratique, nous cherchons à savoir comment se traduisent en champ lointain (zone où la nuisance sonore est perçue) les performances annoncées par le contrôleur lorsque les microphones sont situés en champ proche.

Dans un premier temps, nous vérifions donc simplement que l'objectif est atteint à la seule distance où il a été défini. La figure 4.16 représente, en fonction de la distance et pour les déformées R1 et R2, l'erreur relative sur l'estimateur de la puissance rayonnée, pour un objectif de précision $\varepsilon(W_p) = 0.1$. On constate que la précision est atteinte quelle que soit la distance, dans la mesure où les degrés de liberté sélectionnés par la méthode sont utilisés pour construire la déformée. L'obtention de la précision fait bien évidemment appel à un nombre de modes plus important en champ proche. Pour connaître le nombre de degrés de liberté correspondant à chaque distance, il faut se référer à la figure 4.14. La figure 4.16(b) semble toutefois montrer qu'il peut être prudent de sélectionner un ou deux degrés de liberté supplémentaires, afin de s'assurer une certaine marge, la précision pouvant être légèrement inférieure à celle attendue (cas de la déformée R1 pour $L/\lambda = 3.52$). Des simulations effectuées pour des précisions différentes ont montré que la précision est toujours atteinte, ou quasiment atteinte.

On cherche maintenant à savoir comment l'erreur sur le champ de pression évolue au-delà de la distance où l'objectif de précision a été fixé. En pratique, un des intérêts potentiels de la méthode de sélection réside dans la possibilité d'obtenir une approximation du champ lointain d'une source à partir de la connaissance du champ acoustique à une distance plus proche. La figure 4.17 représente, en fonction de la distance où l'objectif de précision est fixé et les déformées R1 et R2, l'erreur relative sur le champ lointain, pris à une distance de 10 m. L'observation des deux figures semble montrer que la précision définie à une distance donnée se propage en champ lointain, même si elle est définie en champ très proche de la source. Ainsi, dans le cas de la petite source, la sélection des degrés de liberté effectuée à $d = 10$ cm permet d'assurer la même précision en champ lointain. Dans le cas de la grande source, il semble que la précision soit atteinte pour une distance voisine de λ , distance en deçà de laquelle l'erreur peut être plus importante. Le nombre de termes à conserver pour construire la déformée approchée est cependant plus élevé, du fait que l'objectif doit avant tout être atteint en champ proche. Néanmoins, il est possible de se placer à la limite de la zone de variation des degrés de liberté (*cf.* § 4.2.3), afin de modéliser la champ lointain avec un nombre de modes correspondant approximativement à sa complexité. Ainsi, pour $L/\lambda = 0.88$, il est possible de se placer à 80 cm dans le cas de la déformée R1 et à 40 cm dans le cas de R2 en conservant le même nombre de degrés de liberté que le champ lointain. De même, pour $L/\lambda = 3.52$, il est possible de s'approcher à 20 cm dans le cas de la déformée

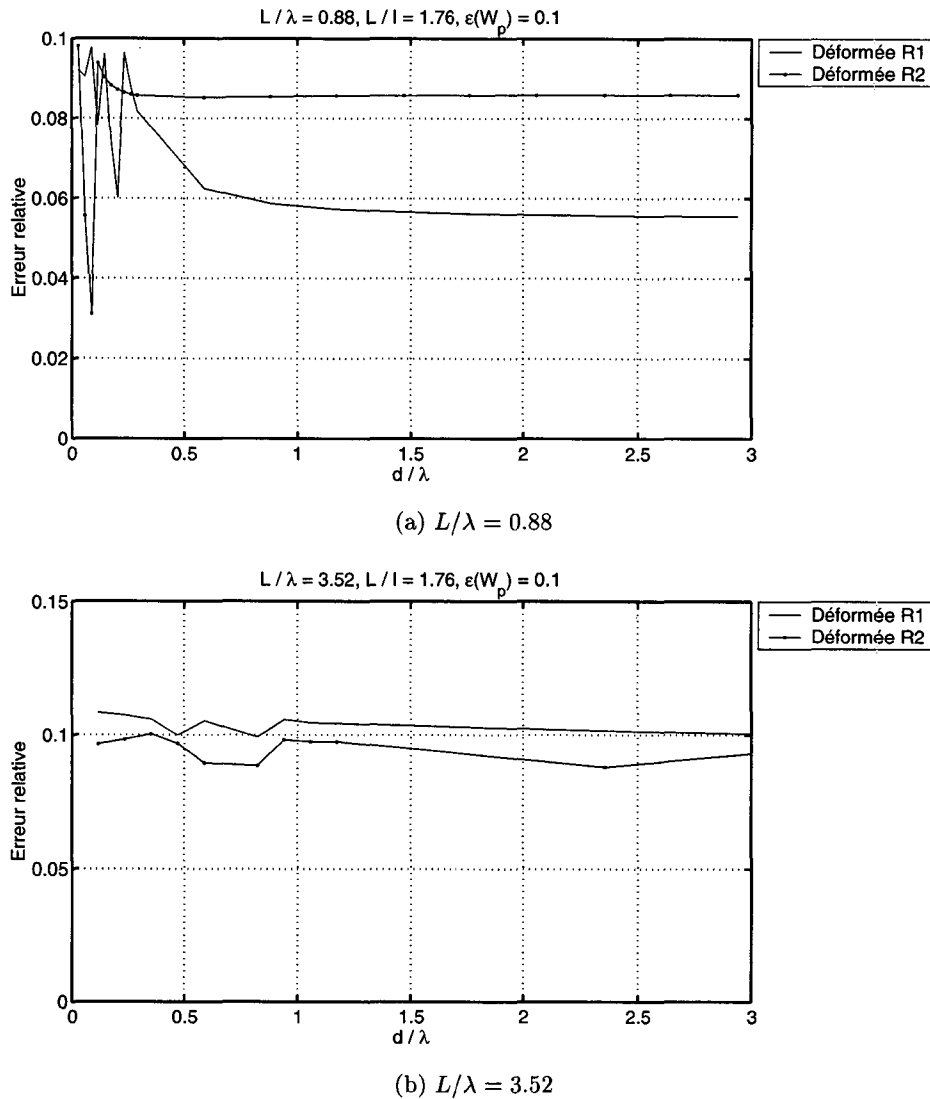


FIG. 4.16 – Erreur relative du champ de pression à la distance fixée par l'objectif.

R1 et à 50 cm dans le cas de R2, en acceptant d'inclure un ou deux modes supplémentaires. Ceci semble montrer que les modes sélectionnés au départ pour reproduire le champ proche permettent également de garantir la même précision en champ lointain, malgré le fait que les valeurs singulières et les modes sont ceux du champ proche.

L'ensemble des modes de rayonnement issus de la décomposition est supposé permettre la description de n'importe quel état du système source-observation. La déformée de la source et la précision souhaitée pour la modélisation du champ acoustique à la distance choisie déterminent le nombre de contributions indépendantes à conserver dans la sommation. La prise en compte de la totalité des modes serait nécessaire dans le cas d'une source à déformée très complexe et asymétrique pour laquelle la précision serait fixée à une valeur extrêmement faible en champ proche de la source. Dans le cas présent, les déformées représentant la vibration d'une face de la cuve d'un transformateur de puissance s'avèrent relativement « régulières » et « homogènes ». Dans l'étude d'un cas réel, la précision demandée est de toute façon limitée, et les microphones sont très rarement placés au voisinage immédiat de la surface vibrante. Ces trois remarques précédentes conduisent à une simplification considérable du problème de rayonnement en limitant

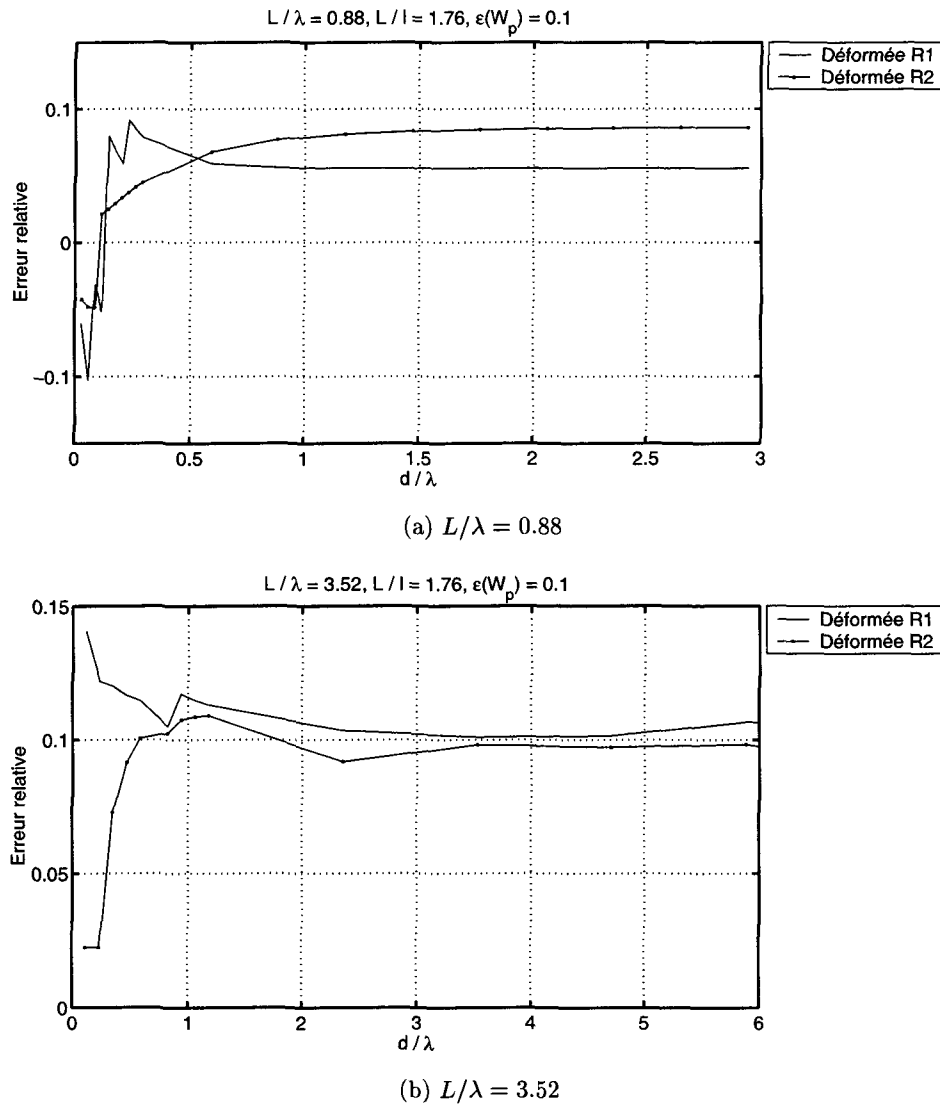


FIG. 4.17 – Erreur relative du champ lointain en fonction de la distance fixée par l'objectif

la sommation à seulement quelques termes.

D'un point de vue pratique, l'ensemble des observations effectuées à partir des résultats de simulations nous a conduit à envisager deux stratégies possibles contribuant à la conception d'un système de contrôle actif, pour lequel les microphones seraient rapprochés de la source. Si les microphones ne sont pas excessivement rapprochés de la source ($d > L$), il suffit éventuellement de sélectionner un ou deux degrés de liberté supplémentaires pour que les microphones captent un signal suffisamment « représentatif » de celui qui serait capté en champ lointain, pour que le contrôleur soit capable de piloter les actuateurs en conséquence. La zone où sont disposés les microphones correspond dans ce cas au champ proche géométrique, zone où la divergence sphérique du champ lointain n'est pas encore atteinte, mais où l'intensité active est peu différente de $|p|^2/2\rho c$, du fait que la composante évanescence du champ est déjà très atténuée dans cette zone. S'il est nécessaire de rapprocher davantage les microphones, et les placer ainsi dans le champ proche hydrodynamique, l'augmentation du nombre de degrés de liberté est tel, que la précédente approche n'est plus intéressante. En revanche, nous pensons qu'il est possible d'intégrer les effets de la surestimation de chaque mode sélectionné, directement au sein du contrôleur, sous la forme

d'une pondération additionnelle, propre à chaque mode, qui dépend de la distance entre les microphones et la source et de la fréquence.

4.2.5 Influence de la géométrie de la surface d'observation

Nous nous proposons ici d'étudier l'influence de la géométrie de la surface d'observation sur la qualité de l'estimation de la puissance rayonnée. La surface conforme, introduite au § 2.1.2, est confrontée à une surface parallélépipédique de dimensions identiques. Les surfaces en formes de quart de cylindre et huitième de sphère situées sur le pourtour de la surface conforme (*cf.* figures 2.4(a) et 3.2) sont remplacées par les arêtes du parallélépipède. De ce fait, les points récepteurs situés sur et au voisinage des arêtes sont plus éloignés que le reste des points. La figure 4.18 représente, pour $f = 100$ Hz, l'évolution du rapport W_p/W_a exprimé en dB en fonction de la distance relative, pour les deux déformées R1 et R2 et avec les deux types de surfaces d'observation. Le pas de maillage, pour une distance donnée est, dans le mesure du

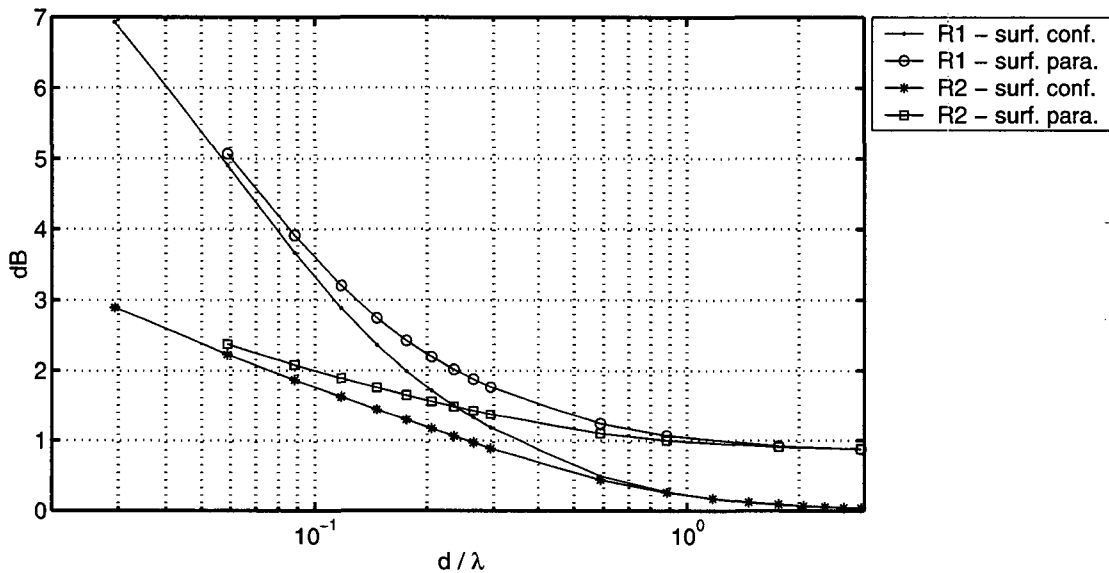


FIG. 4.18 – Influence de la géométrie de la surface d'observation - $f = 100$ Hz

possible, choisi égal pour les deux types de surfaces.

Ces résultats semblent confirmer les propos de Holmer [33], discutés au § 2.1.2, dans le sens que la surface conforme est le type de surface qui conduit à la meilleure estimation de la puissance rayonnée. Pour une faible distance relative, l'écart observé est faible et ne justifie pas l'utilisation de la surface conforme. En revanche, lorsque la distance relative croît, la surface conforme conduit très rapidement à une bien meilleure estimation. Par exemple, une erreur inférieure à 1 dB est atteinte à $d/\lambda \sim 0.35$ pour R1 et $d/\lambda \sim 0.25$ pour R2 dans le cas de la surface conforme, alors que dans le cas de la surface parallélépipédique, elle n'est atteinte qu'au-delà de $d/\lambda \sim 1$. À précision fixée, le choix d'une surface conforme offre donc la possibilité de rapprocher davantage la surface d'observation. Nous pouvons également observer, comme la remarqué Pascal [38, §10.4.1], que l'utilisation d'une surface parallélépipédique conduit en général à une estimation biaisée de la puissance rayonnée. En effet, dans le cas des deux déformées utilisées, l'estimation ne semble pas converger lorsque la distance relative augmente. C'est d'ailleurs à grande distance que l'erreur est la plus élevée.

Le choix de la surface conforme semble donc avoir une influence non négligeable sur la qualité

de l'estimation de la puissance rayonnée. Il n'a en revanche aucune conséquence sur l'estimation de la puissance rayonnée basée sur l'expression de référence. Ce paragraphe ne permet pas de justifier son intérêt d'une manière générale, d'autres cas seraient encore nécessaires pour valider cette hypothèse, mais elle semble toutefois être valable dans le cas qui nous intéresse ici.

4.3 Analyse de la cuve d'un transformateur

Dans le cas de l'étude des sources planes bafflées, la simplicité des modèles et la rapidité des calculs ont permis d'étudier l'évolution des phénomènes en fonction de nombreux paramètres (taille de la source, distance, pas de maillage, *etc.*). Le cas d'une source non plane est sur ce point moins aisé à mettre en oeuvre, du fait qu'il fait appel à la méthode des éléments de frontière (*Boundary Element Method*, BEM). La construction du modèle et les temps de calculs importants font qu'il est difficile de faire varier de nombreux paramètres. L'étude des sources planes trouvait son intérêt dans la mise en évidence des principales tendances, l'étude du cas de sources non planes n'a pas le même objectif. Nous nous focalisons ici sur le cas d'une seule source, et pour une seule fréquence. Nous cherchons ici à vérifier si les tendances observées précédemment se confirment dans le cas d'une source à géométrie plus complexe. L'étude est toujours menée en se concentrant essentiellement sur l'observation des phénomènes à différentes distances, l'influence du maillage de la surface source est également abordée.

4.3.1 Caractéristiques du transformateur

La source étudiée est un transformateur de puissance de 63 MVA, dont la caractérisation a pu être réalisée dans le cadre du projet ATQ. La figure 4.19 représente quelques vues permettant de se faire une idée de la taille et de la géométrie de la structure. Contrairement à ce que les photographies représentent, nous considérons ici que le transformateur rayonne en milieu extérieur illimité. Hormis les éléments rapportés à la cuve, la surface vibrante est une cuve en acier d'environ 1 cm d'épaisseur dont les faces verticales sont composées de demi-cylindres (figure 4.19(b)) raccordant avec des surfaces en forme de « vagues » (figure 4.19(c)). La partie inférieure de la cuve est composée d'un assemblage de plans inclinés (figure 4.19(b) et 4.19(c)). La partie supérieure est une surface plane horizontale sur laquelle sont rapportées les bornes de moyenne et haute tension. A l'intérieur de la cuve, se trouvent le noyau magnétique et les trois enroulements. La cuve est remplie d'huile, qui joue un rôle d'évacuateur de chaleur. La vibration de la cuve est principalement due à des phénomènes magnétostrictifs se traduisant par des vibrations au niveau du noyau et des enroulements. Ces vibrations sont transmises à la cuve par voie acoustique, par l'intermédiaire de l'huile, et par voie structurelle, au niveau des points de fixation avec la cuve. La vibration de la cuve génère à son tour une onde acoustique qui se propage dans l'espace environnant. Il est supposé ici que les éléments extérieurs rapportés à la cuve (radiateurs, ventilateurs, roues, bornes, changeur de prise, ...) ne contribuent que très peu au rayonnement acoustique global du transformateur, notamment aux fréquences qui nous intéressent. Par conséquent, la surface de la cuve est considérée comme seule responsable du bruit émis. Par la suite, cette même surface représentera une frontière du problème de sorte que tous les phénomènes internes pourront être occultés.

D'un point de vue fréquentiel, le champ acoustique rayonné par un transformateur possède des caractéristiques tonales. Ainsi, le spectre typique du bruit rayonné par un transformateur, représenté figure 4.20, comporte un certain nombre de raies émergeant du bruit de fond. Le fondamental (100 Hz) correspond au double de la fréquence du secteur. Les raies suivantes ont des fréquences multiples de la première, soit 200 Hz, 300 Hz, 400 Hz, *etc.* Dans le cadre de cette

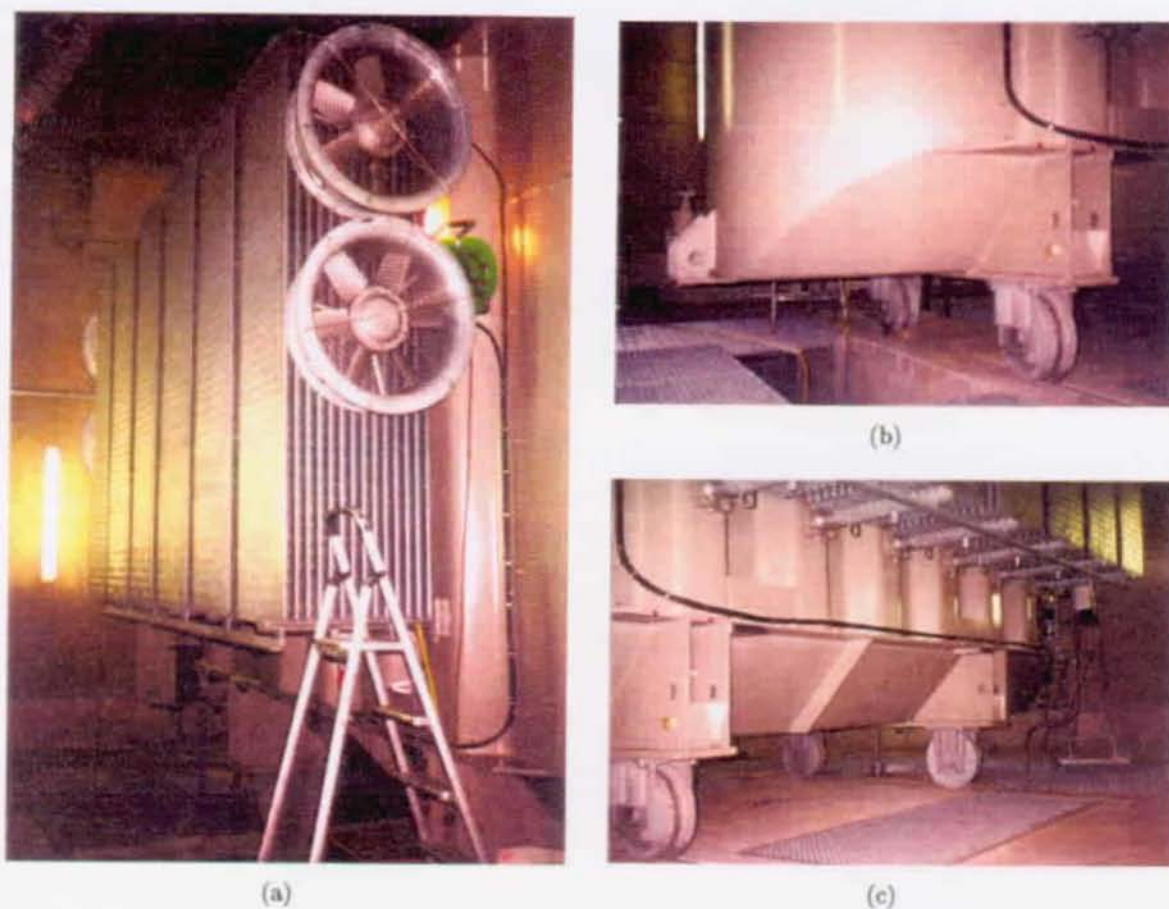


FIG. 4.19 - Photos du transformateur étudié - Dimensions $\approx L = 6$ m, $l = 1.9$ m, $h = 3.3$ m

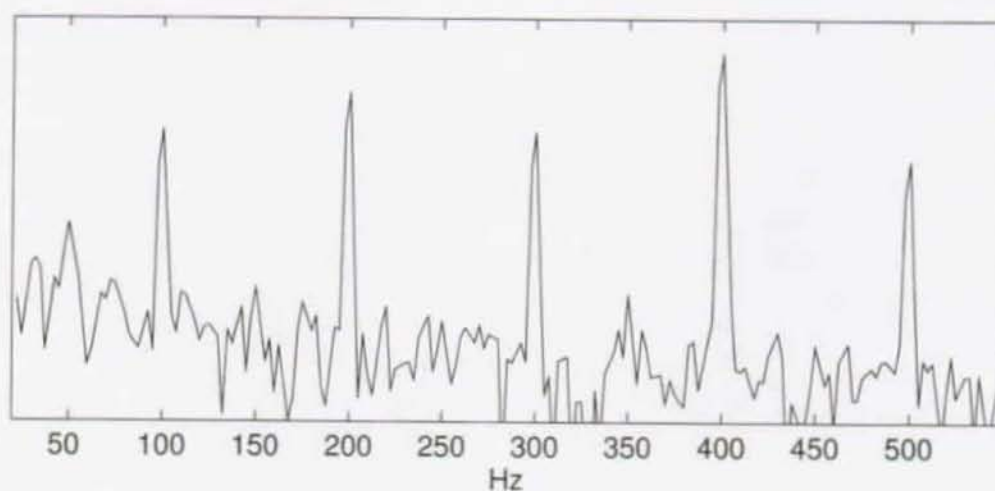


FIG. 4.20 - Allure typique d'une spectre de bruit rayonné par un transformateur

étude, nous nous limiterons à la deuxième raie du transformateur ($f = 200$ Hz) car les mesures ont révélé que le rayonnement acoustique était plus important à cette fréquence.

Sa taille imposante, approximativement 6 m de long, 2 m de large et 3 m de haut, confère à ce transformateur un caractère de grande source, comparativement aux longueurs d'ondes

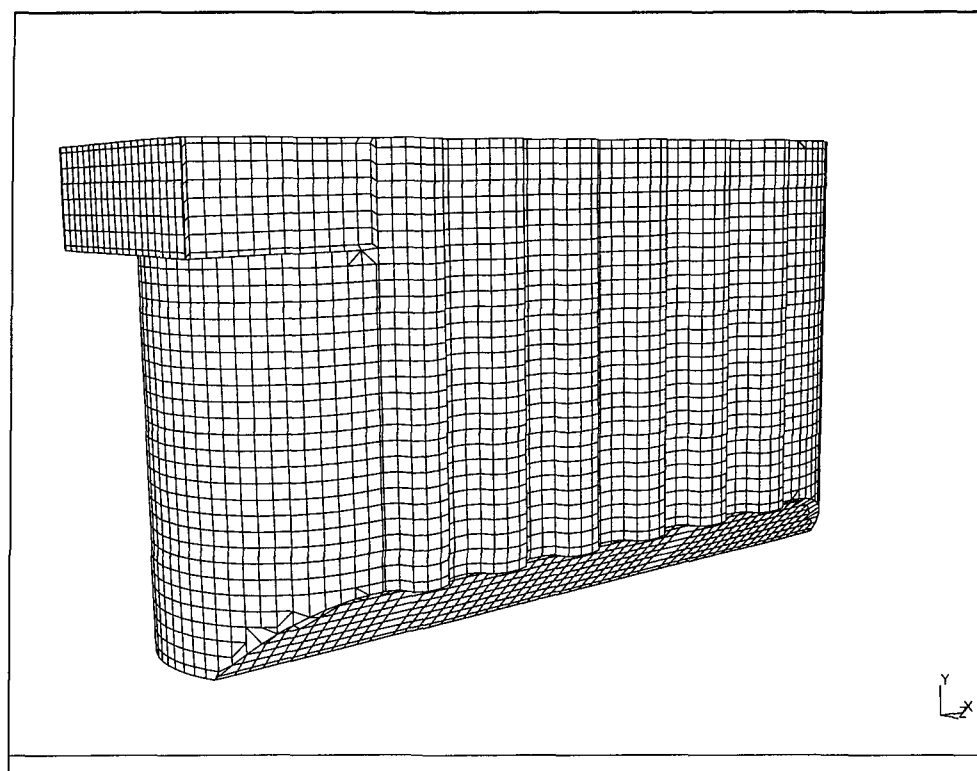
acoustiques correspondant à la fréquence du fondamental (100 Hz) et de ses harmoniques (200, 300, 400 Hz, ...). En effet, si nous considérons la dimension caractéristique égale à 6 m, nous avons alors $L/\lambda \cong 3.5$ à 200 Hz.

4.3.2 Maillage et déformée de la cuve

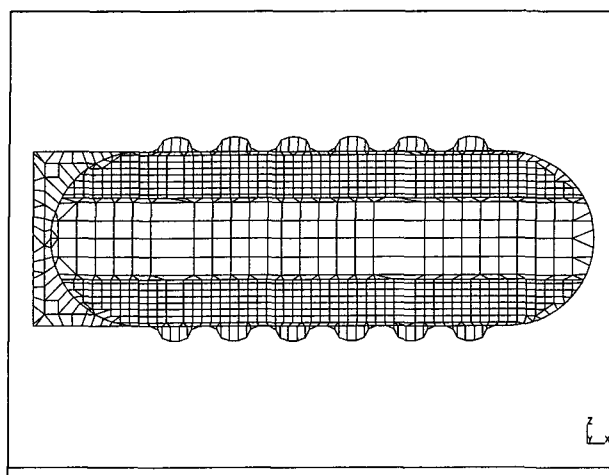
Une forme discrète de la déformée vibratoire de la cuve est obtenue à partir des mesures accélérométriques, réalisées sur la quasi-totalité de la surface vibrante. Du fait de la proximité des bornes haute tension, la partie supérieure n'a pas fait l'objet de mesures de vibration. Etant donné l'absence de mesures, cette surface est considérée dans le modèle comme parfaitement rigide et ne produit donc aucun rayonnement acoustique. Le choix du pas de maillage égal à environ 10 cm est issu d'un compromis entre le nombre total de points de mesure nécessaire et l'estimation de la plus petite longueur d'onde caractéristique présente sur la cuve (cf. § 2.2.1). Associées aux données géométriques de la cuve, les mesures de la composante normale de l'accélération en chaque noeud du maillage permettent d'élaborer un modèle discret du comportement vibratoire du transformateur. Le maillage, représenté figure 4.21, est construit à partir des positions de mesures, les surfaces non-mesurées de la cuve (partie supérieure, bords de faces, parties inaccessibles) sont maillées arbitrairement en respectant approximativement le même pas de maillage. La surface ainsi obtenue est fermée, la fermeture est une condition nécessaire pour la résolution numérique du problème.

Ce maillage ne va servir qu'à calculer le champ de pression de « référence » généré par la déformée vibratoire à 200 Hz, en un certain nombre de récepteurs de l'espace ainsi qu'aux noeuds du maillage de la source. Le calcul du champ acoustique est réalisé avec le code RAYON (Straco) intégré au logiciel I-DEAS (SDRC) et basé sur la méthode des éléments de frontière (*Boundary Element Method*, BEM). Le calcul du champ de référence n'occasionne pas de temps de calculs importants, du fait que le solveur n'est exécuté qu'une seule fois (par fréquence). La taille du modèle n'a donc pas énormément d'importance dans ce cas et c'est pourquoi il est préférable, dans la mesure du possible, d'opter pour un maillage le plus fin possible, afin d'obtenir la meilleure description possible de la déformée vibratoire et des grandeurs acoustiques qui en découlent.

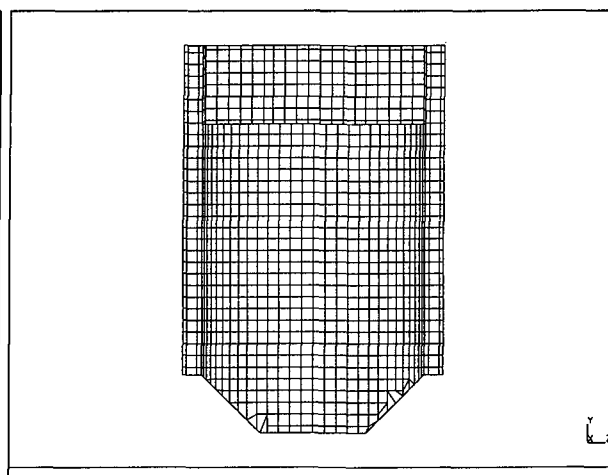
L'étape suivante consiste à construire l'opérateur de rayonnement \mathbf{F} , décrivant les différents trajets acoustiques entre les noeuds de la surface source et les noeuds de la surface d'observation. Contrairement au cas des surfaces planes bafflées, l'expression analytique de la fonction de Green du problème n'est pas connue, nous utilisons la méthode BEM pour parvenir à une forme discrète de cette fonction. La procédure consiste à appliquer successivement une vitesse normale unitaire à chaque noeud de la surface source, en maintenant le reste des noeuds à zéro. Le champ acoustique sur tous les récepteurs du modèle est alors calculé pour chaque noeud source. Le regroupement des différents vecteurs pression (chacun d'eux correspondant au champ de pression issu d'un noeud source différent) dans une matrice conduit à l'obtention de l'opérateur \mathbf{M} (cf. relation (2.31)), en prenant soin de pondérer chaque colonne par l'élément de surface ΔS associé à chaque noeud source. L'opérateur \mathbf{F} s'obtient alors simplement en pondérant \mathbf{M} par un facteur qui dépend, entre autre, des éléments de surface associés aux différents noeuds récepteurs (cf. relation (2.53)). Dans ce cas, le solveur doit être exécuté autant de fois qu'il y a de noeuds sur la surface source. C'est donc pour la construction de l'opérateur que nous sommes limité dans la taille du modèle. Dans le cas de ce transformateur, le modèle discret de la cuve compte plus de 6000 noeuds et s'est avéré inutilisable pour la construction de l'opérateur, en raison des temps de calculs trop importants. Nous avons donc été amené à recourir à des maillages plus « lâches ». Deux maillages différents ont été testés, l'un comportant 505 noeuds et caractérisé par un pas d'environ 40 cm, et l'autre comportant 1826 noeuds et caractérisé par un pas d'environ 20 cm. Dans les deux cas, la géométrie de la cuve a également été légèrement simplifiée, notamment en aplanissant



(a) Vue générale



(b) Vue de dessous



(c) Vue de côté

FIG. 4.21 – Maillage du transformateur utilisé pour le calcul du champ acoustique de référence - 6415 noeuds, 6516 éléments, taille moyenne d'un élément $\approx 0.1 \times 0.1$ m

les surfaces en forme de « vagues » de part et d'autre du transformateur. La description de la courbure des cylindres est également moins précise, mais compte tenu des larges rayons de courbure, les pas de maillages choisis s'avèrent tout à fait suffisants. L'utilisation de ces maillages simplifiés ont permis de parvenir à l'obtention des opérateurs, moyennant des temps de calculs « humainement » envisageables (de l'ordre d'un à deux mois).

Le calcul du champ acoustique de référence s'effectue donc, comme nous l'avons précisé précédemment, à partir de la déformée vibratoire mesurée, que l'on projette sur le maillage de cuve le plus fin ($\Delta s = 0.1$ m). Une vue de cette déformée est représentée figure 4.22 pour une

fréquence égale à 200 Hz. Nous pouvons remarquer que les niveaux d'accélération les plus élevés

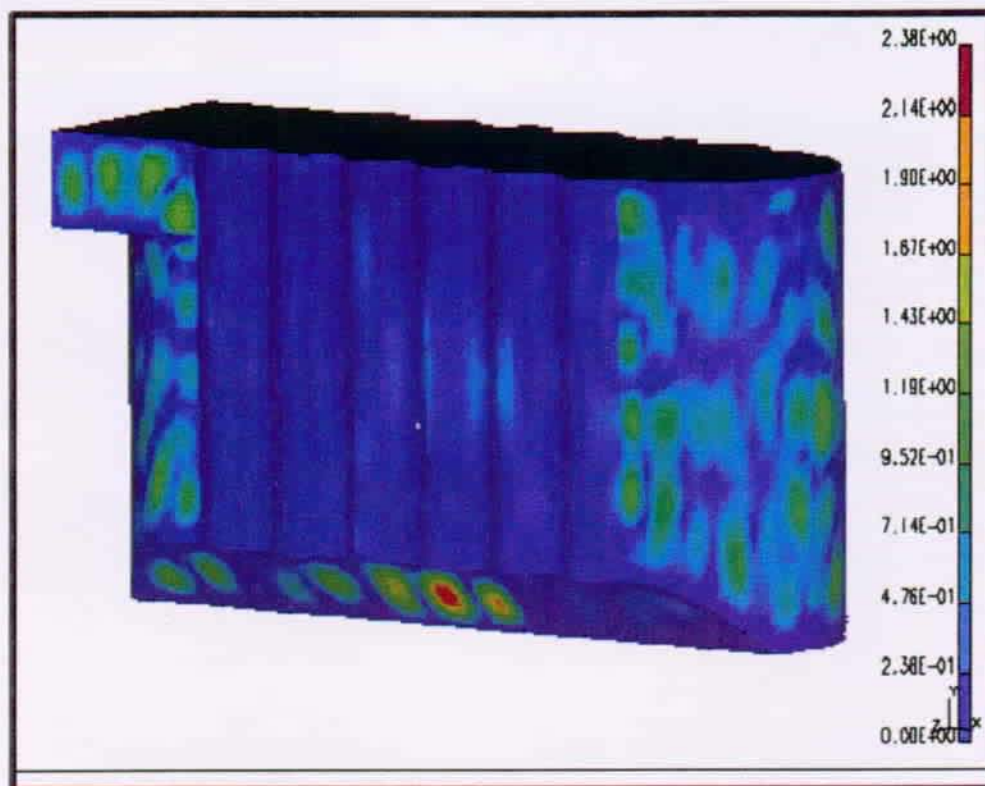


FIG. 4.22 – Déformée accélérométrique de la cuve à 200 Hz.

se situent sur la partie inférieure de la cuve. Au même endroit mais de l'autre côté (non visible sur la figure), les niveaux ne sont pas aussi élevés et sont plutôt de l'ordre de grandeur des niveaux observés sur le reste de la cuve. Nous constatons également que ce sont les parties cylindriques qui tendent à vibrer de manière notablement plus importante que les parties en forme de « vagues ». Les faibles niveaux d'accélération observés sur cette partie semblent montrer que les ondulations de la tôle jouent un rôle de raidisseur et limitent ainsi la vibration dans cette zone. En ce qui concerne la longueur d'onde caractéristique, nous remarquons que le profil d'accélération à cette fréquence est déjà assez complexe. La longueur d'onde caractéristique n'est évidemment pas homogène sur toute la surface de la cuve, mais il est cependant possible d'obtenir un ordre de grandeur de la longueur d'onde caractéristique « typique », à partir de son estimation effectuée à plusieurs endroits de la cuve. Ainsi par exemple, à la vue de la déformée, nous avons relevé $\lambda_c \cong 0.6$ m au niveau de la partie supérieure latérale qui dépasse du cylindre (en haut à gauche sur la figure), et $\lambda_c \cong 0.85$ m au niveau de la partie inférieure inclinée qui présente les niveaux d'accélération les plus élevés. Nous avons par conséquent un rapport λ_c/λ inférieur à 0.5 et ce profil d'accélération correspond donc, à cette fréquence, à une situation où les effets réactifs sont a priori présents en champ proche dans des proportions non négligeables.

4.3.3 Choix et maillages des surfaces d'observation

Pour les mêmes raisons que lors de l'étude des sources planes bafflées, le choix se porte ici, dans la mesure du possible, sur des surfaces d'observation conformes à la cuve. En pratique, les surfaces choisies ne sont pas rigoureusement conformes dans le sens qu'elles ne suivent pas exactement tous les détails géométriques de la cuve. Les surfaces en forme de « vagues » par exemple, ne sont pas reproduites sur les surfaces d'observation et sont simplement remplacées par des surfaces planes. Ces approximations n'ont pas de réelles conséquences du fait que les

détails négligés sont de petite échelle et tendent par conséquent naturellement à disparaître lorsque la distance augmente. Un exemple de ces surfaces conformes est représenté figure 4.23 pour $d = 1$ m. La surface d'observation la plus proche est située à 40 cm de la surface de la

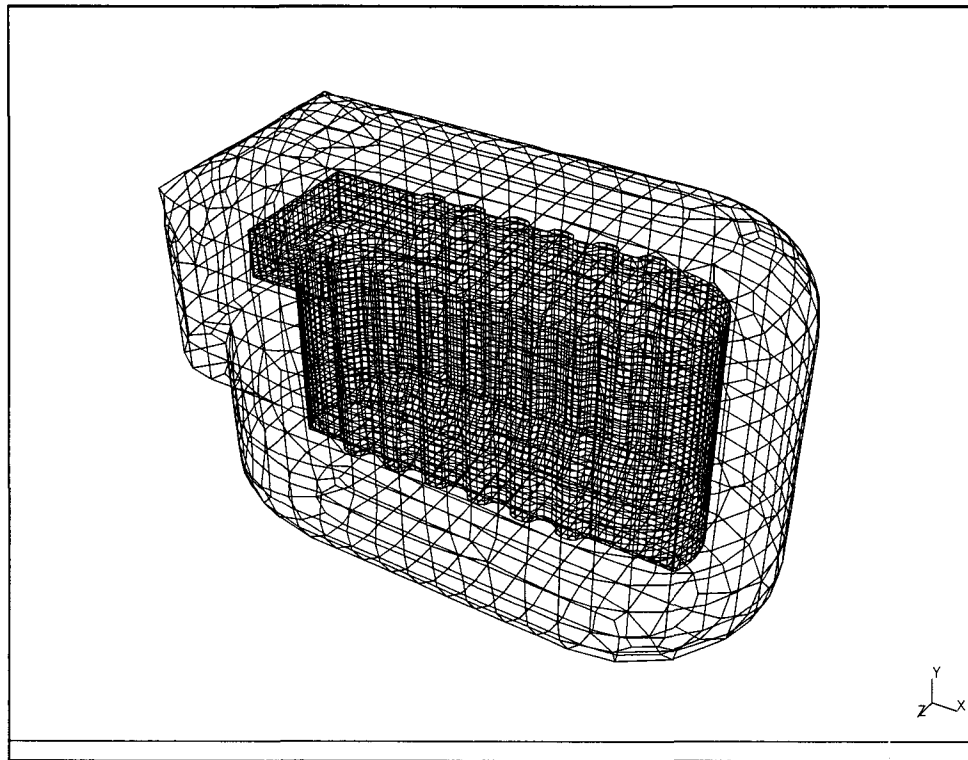


FIG. 4.23 – Exemple d'une surface conforme à la cuve du transformateur.

cuve et la plus éloignée est située en champ lointain à 16 m. Un certain nombre de surfaces sont disposées à des distances intermédiaires, et au fur et à mesure que la distance augmente, les détails géométriques de la cuve, petits devant la taille de la surface d'observation ne sont pas reportés sur celle-ci, si bien que la géométrie tend progressivement vers la sphère. D'ailleurs, la dernière surface d'observation a été choisie sphérique du fait qu'à cette distance la surface conforme est déjà quasiment identique à une sphère. A la fréquence qui nous intéresse, la plage de distance relative à la longueur d'onde acoustique s'étend de 0.23λ à plus de 9λ , couvrant ainsi une partie du champ proche jusqu'au champ lointain. Les surfaces d'observation sont maillées, comme le montre la figure 4.23. Ce maillage permet de connaître avec précision chaque élément de surface associé aux noeuds d'observation du champ acoustique et laisse ainsi une certaine souplesse dans la manière de mailler ces surfaces. De plus, ce choix nous permet de nous placer dans la même situation que dans le cas des sources planes étudiées auparavant. Le choix de surfaces non maillées, uniquement composées de noeuds, a également été envisagé, mais n'a pas été retenu en raison de la difficulté d'estimation des éléments de surface. En ce qui concerne le pas de maillage de ces surfaces, il est environ égal à 0.3 m pour la surface la plus proche, 1.8 m pour la plus éloignée, et il augmente progressivement pour les surfaces intermédiaires, si bien que le nombre de noeuds reste à peu près constamment égal à 1000. Les différentes surfaces d'observation décrites sont utilisées dans l'ensemble des cas testés par la suite, le pas de maillage ne change donc pas.

4.3.4 Décomposition modale du champ acoustique

La décomposition en valeurs singulières est appliquée à l'opérateur \mathbf{F} , obtenu selon la procédure décrite au § 4.3.2. Il en résulte un ensemble de vecteurs propres \mathbf{v}_j décrivant la trace des modes sur la cuve du transformateur, un ensemble de vecteurs propres \mathbf{u}_j décrivant la trace des modes sur une des surfaces d'observation, et un ensemble de valeurs propres. Quelques modes de rayonnement de la source sont représentés en Annexe C, notamment ceux ayant trait à certaines figures qui vont suivre. L'indice attribué à chaque mode correspond à son ordre d'apparition dans la décomposition. Autrement dit, plus l'indice attribué à un mode est petit, plus il est associé à une valeur propre élevée. La décroissance des valeurs propres est représentée figure 4.24 pour les deux maillages de la cuve, jusqu'à l'indice 150. Au-delà, la décroissance se poursuit avec la même pente, jusqu'à atteindre la précision du calculateur. Ces valeurs propres correspondent à celles du

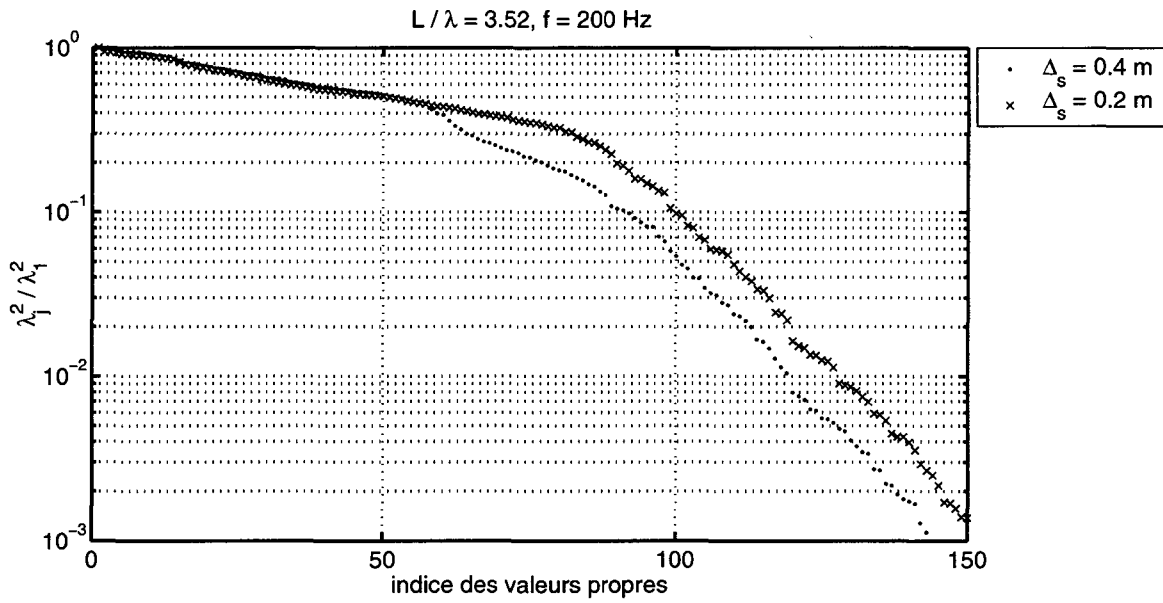


FIG. 4.24 – Décroissance des valeurs propres de l'opérateur \mathbf{F} - Situation champ lointain.

champ lointain, dans le sens qu'elles ont été obtenues à partir de la surface d'observation la plus éloignée. Nous remarquons, dans les deux cas, la présence d'un « coude » dans la décroissance, caractéristique des sources grandes par rapport à la longueur d'onde, où un grand nombre de valeurs propres sont du même ordre de grandeur. Le coude se situe aux environs de l'indice 80, au-delà duquel les valeurs propres décroissent plus rapidement. Cependant, les valeurs propres d'indices supérieurs ne sont pas nécessairement petites par rapport à la plus élevée. Nous remarquons par exemple que pour avoir une valeur propre 100 fois plus petite que la première, il faut aller jusqu'à un indice supérieur à 120. Bien que la déformée de la source ne soit pas encore prise en compte, la « lenteur » de la décroissance des valeurs propres a pour conséquence que le nombre de candidats potentiels à la sélection des degrés de liberté est très élevé, d'où l'intérêt, particulièrement dans le cas de grandes sources, de sélectionner les degrés de liberté selon l'importance de leur contribution et non selon l'indice des valeurs propres. L'observation des quelques modes de rayonnement représentés en Annexe C illustrent ces propos. En effet, les quelques premiers modes correspondants aux valeurs propres les plus élevées, ont une structure très différente de la déformée à 200 Hz (cf. figure 4.22), ce qui laisse penser que leurs coefficients de couplages seront faibles et que, par conséquent, leur contribution le sera peut-être aussi. Autrement dit, l'échelle spatiale des premiers modes ne semble pas correspondre à celle de la déformée, et il y a donc par conséquent peu de chance qu'ils soient sélectionnés.

L'observation de la décroissance des valeurs propres fournit donc une borne supérieure du nombre de degrés de liberté nécessaire. La sélection de toutes les valeurs propres supérieures à un certain seuil garantit en effet que la précision souhaitée soit atteinte, mais elle a l'inconvénient de prendre en compte des modes très peu couplés à la déformée qui nous intéresse. En ce qui concerne l'influence du pas de maillage de la surface source, la figure 4.24 montre qu'il n'y pas de différence significative jusqu'à l'indice 60 environ, indice au-delà duquel une décroissance plus rapide s'amorce dans le cas du pas de maillage de 40 cm. L'observation des différents modes dans les deux cas semble montrer que cette différence est due au fait qu'au-delà d'un certain indice, l'échelle spatiale des modes devient trop petite pour être décrite par le pas de maillage le plus « lâche ». Le premier « décrochement » correspond donc probablement à la limite au-delà de laquelle les modes ne sont plus dissociables. Les modes tendent donc à différer notablement au-delà de cette limite, et n'ont de ce fait plus la même capacité à rayonner de la puissance, d'où la différence remarquable qui apparaît dans la décroissance.

L'analyse de la structure des modes a également montré que nombre d'entre eux n'ont pas les propriétés de symétrie de la géométrie de la cuve. Intuitivement, nous nous serions attendu à ce que le profil d'un mode donné soit répliqué à l'identique de part et d'autre d'un plan de symétrie de la cuve, mais cela ne semble pas être le cas. La cuve, telle qu'elle est modélisée, possède un plan de symétrie vertical dans le sens de la longueur (*cf.* figure 4.21). En revanche, le maillage ne possède pas de propriétés de symétries particulières. Certains modes semblent donc posséder un comportement particulier sur une des faces de la cuve, et un comportement tout autre sur la face symétrique. Ceci ne semble pas lié à la dissymétrie du maillage comme nous pourrions le suspecter, car ce phénomène a, entre autre, été observé sur des modes d'une échelle spatiale suffisante pour être correctement décrite par le pas de maillage en question. Nous suspectons plutôt que cette dissymétrie est liée à la propriété d'orthogonalité des modes, qui, pour être satisfaite, « contraint » les modes à avoir tantôt un comportement « global », étendu sur toute la surface de la cuve, tantôt un comportement « local » sur une portion de surface, indépendamment du reste de la surface de la cuve. Dernier point sur l'analyse de la structure des modes, nous avons également pu observer qu'au-delà d'un certain indice de mode au-delà du « coude », les modes tendent à avoir un comportement localisé sur les arêtes, les coins et les parties anguleuses de la cuve. Le mode 100, représenté en annexe C figure C.1(h), en est un exemple. Ces modes semblent en fait décrire les effets de la diffraction sur ces parties anguleuses et, du fait de leurs valeurs propres notablement plus faibles que la plus élevée, ne contribuent que très peu à la puissance rayonnée en champ lointain. Ces modes ont plutôt un effet localisé en champ proche.

Nous nous intéressons maintenant à l'évolution du rapport W_p/W_a en fonction de la distance et pour un certain nombre de modes, comme nous l'avons déjà fait au § 4.1 dans le cas des sources planes. La figure 4.25 représente cette évolution pour le pas de maillage de cuve égal à 20 cm. Les tendances observées sont similaires à celles déjà observées dans le cas des sources planes, dans le sens que la surestimation croît d'une part lorsque la distance diminue et d'autre part lorsque la structure du mode devient plus complexe. L'exemple du mode 100, dont nous avons déjà parlé plus haut, confirme ces propos, dans le sens qu'il représente celui qui a la structure la plus complexe et l'échelle spatiale la plus petite, parmi les modes représentés. Ce mode est donc caractérisé par une surestimation plus prononcée en champ proche que les autres modes, qui ont une échelle spatiale plus grande. En revanche, l'examen de sa puissance active W_a montre que ce mode ne contribue que très peu à la puissance rayonnée en champ lointain. Un exemple opposé peut être illustré par le mode 50, représenté en annexe C figure C.1(g), qui est caractérisé par l'échelle spatiale la plus grande des modes figurant dans l'annexe. Nous remarquons alors qu'à ce mode correspond une surestimation moins marquée en champ proche. Chaque mode possède

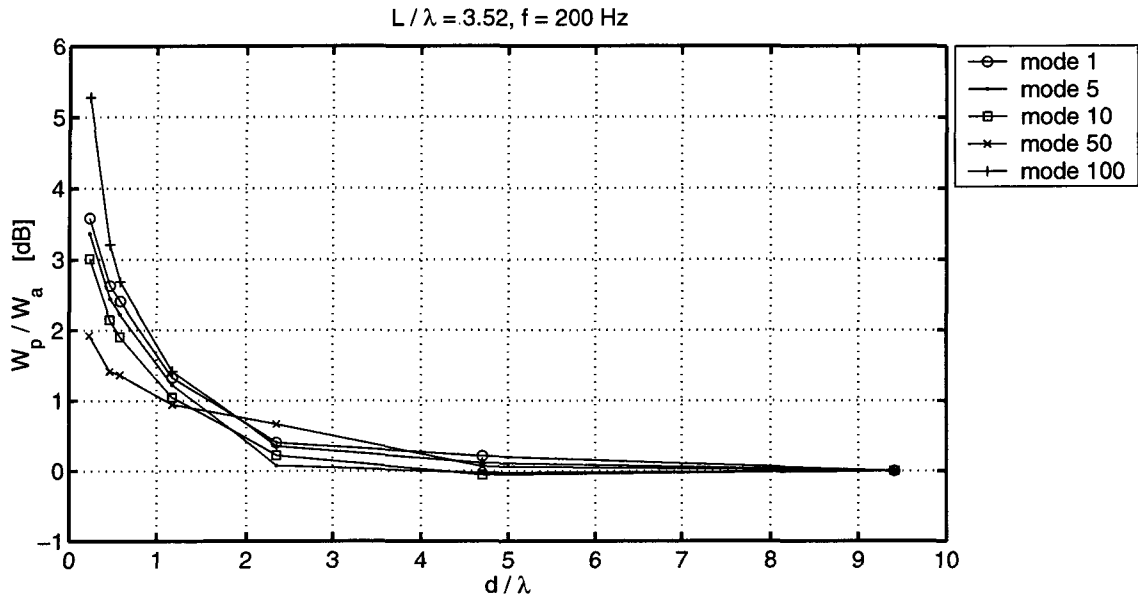


FIG. 4.25 – Evolution du rapport W_p / W_a en fonction de la distance d'observation - $\Delta s = 0.2 \text{ m}$.

donc un profil d'évolution avec la distance intimement lié à sa structure, comme cela a aussi été observé dans le cas des sources planes au § 4.1, et comme l'avait également observé Hübner [30] dans le cas de sources sphériques. En ce qui concerne la rapidité de convergence de W_p vers W_a , nous constatons que la puissance active, pour l'ensemble des modes présentés, est estimée avec une erreur inférieure à 0.5 dB à partir d'environ 2λ , distance qui correspond encore au champ proche géométrique, étant donnée la taille imposante de la source. Ce profil d'évolution propre à chaque mode est lié à l'extension variable du champ proche hydrodynamique (*cf.* § 2.1.2), dictée par la « rapidité » de la décroissance exponentielle des ondes évanescentes, qui elle même dépend de la composante du nombre d'onde spatial orientée selon la normale à la surface émissive.

L'estimation de la puissance semble donc être possible dès lors que les ondes évanescentes deviennent négligeables comparativement à la composante propagative, c'est à dire lorsque la zone de champ proche hydrodynamique laisse place au champ proche géométrique. Cette zone, caractérisée par une intensité active qui est peu différente de $|p|^2 / 2\rho c$, permet alors d'estimer la puissance rayonnée, avec une précision qui devient satisfaisante. Dans la zone de champ proche géométrique, les fronts d'onde sont déjà formés mais la divergence sphérique du champ acoustique n'est pas encore atteinte. C'est pourquoi nous pensons que l'usage de surfaces conformes pour l'estimation de la puissance est particulièrement intéressant dans cette zone car ce type de surface tendrait à se rapprocher des propriétés de divergence locales du champ. En conséquence, nous voyons d'après la figure 4.25, qu'il est possible d'estimer la puissance active bien avant les réelles conditions de champ lointain, qui sont supposées se produire pour une distance au minimum supérieure à la dimension caractéristique de la source, ce qui correspondrait ici à une distance supérieure à environ 3.5λ . La même évolution en fonction de la distance a été suivie dans le cas du maillage de cuve égal à 40 cm ; elle n'est pas représentée ici car il est apparu que ce maillage présentait des caractéristiques générales semblables.

Etant donné l'approximation faite sur la géométrie de la cuve avec les maillages de 20 et 40 cm, il nous a paru délicat de réaliser une interpolation de la déformée d'origine (maillage 10 cm), qui aurait probablement conduit à une déformée qui n'a plus grand chose à voir avec la déformée réelle. Par conséquent, nous avons préféré calculer le champ acoustique de référence

avec la déformée d'origine, et utiliser ce champ, pour obtenir les coefficients de couplage. Dans ce cas, les contributions individuelles sont donc obtenues au niveau de la surface d'observation, en utilisant l'équivalence suivante :

$$\lambda_j^2 |\mathbf{v}_j^H \mathbf{v}_s|^2 \equiv \left| \mathbf{u}_j^H \left(\sqrt{\frac{\Delta \mathbf{S}_r}{2\rho c}} \mathbf{p} \right) \right|^2 \quad \text{W (4.1)}$$

où \mathbf{p} est la pression acoustique obtenue avec le modèle de cuve maillé avec un pas de 10 cm, en utilisant la déformée d'origine. En revanche, les vecteurs \mathbf{u}_j sont les vecteurs propres de l'opérateur \mathbf{F} , construit à partir de la cuve maillée avec un pas de 20 ou 40 cm et le même ensemble de récepteurs qui a servi au calcul de référence.

Nous pouvons alors obtenir l'estimation du nombre nécessaire de degrés de liberté à chaque distance, de la même manière que dans le cas des sources planes (cf. § 4.2.3). La figure 4.26 représente l'évolution du nombre de degrés de liberté en fonction de la distance, pour les deux pas de maillages et pour deux précisions différentes. Dans le cas d'un système de contrôle actif, les

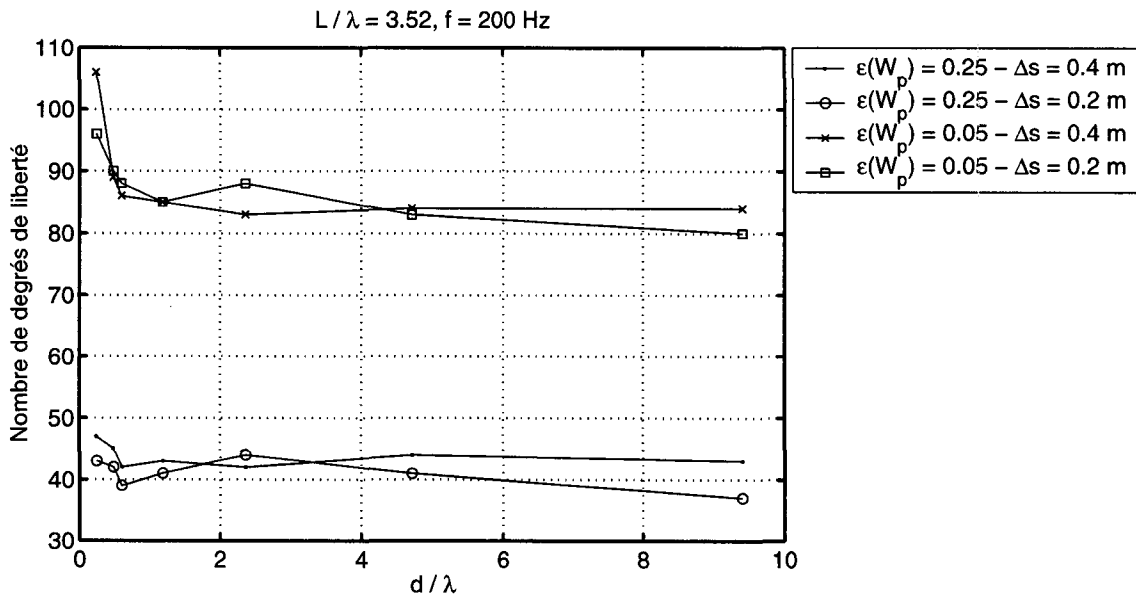


FIG. 4.26 – Evolution du nombre de degrés de liberté en fonction de la distance.

précisions de 0.25 et 0.05 correspondraient à une atténuation maximale de la puissance rayonnée d'environ 6 et 13 dB, respectivement. Nous constatons là, que contrairement aux cas des surfaces planes, le nombre de degrés de liberté est très élevé, même lorsque l'estimation est réalisée à partir du champ lointain. Cependant, la sélection a quand même notablement diminué le nombre de termes, comparativement au cas où la troncature de la somme serait réalisée sans le classement préalable des contributions. Nous remarquons une fois encore, que le nombre de degrés de liberté se stabilise très rapidement. Ainsi, à une distance de l'ordre d'une longueur d'onde, la zone stable est déjà atteinte, bien que cette distance corresponde encore au champ proche géométrique. De plus, dans le cas de la précision la plus faible, le nombre de modes nécessaire n'évolue pas plus que d'une dizaine entre 40 cm et 16 m, signe que le champ proche hydrodynamique se situe essentiellement en deçà de 40 cm. En ce qui concerne la comparaison des deux pas de maillage, il semble que d'une manière générale, le pas le plus fin conduise à une estimation du nombre de degrés de liberté plus faible. Ceci est probablement dû au fait que le nombre de modes dissociables est plus élevé et leur description plus « fine » dans ce cas.

Les figures 4.27(a) et 4.27(b) représentent l'évolution du nombre de degrés de liberté en fonction de la précision souhaitée, pour quatre distances différentes, et pour les deux pas de maillage de la cuve, respectivement. Hormis le cas de la distance la plus faible ($d/\lambda = 0.25$),

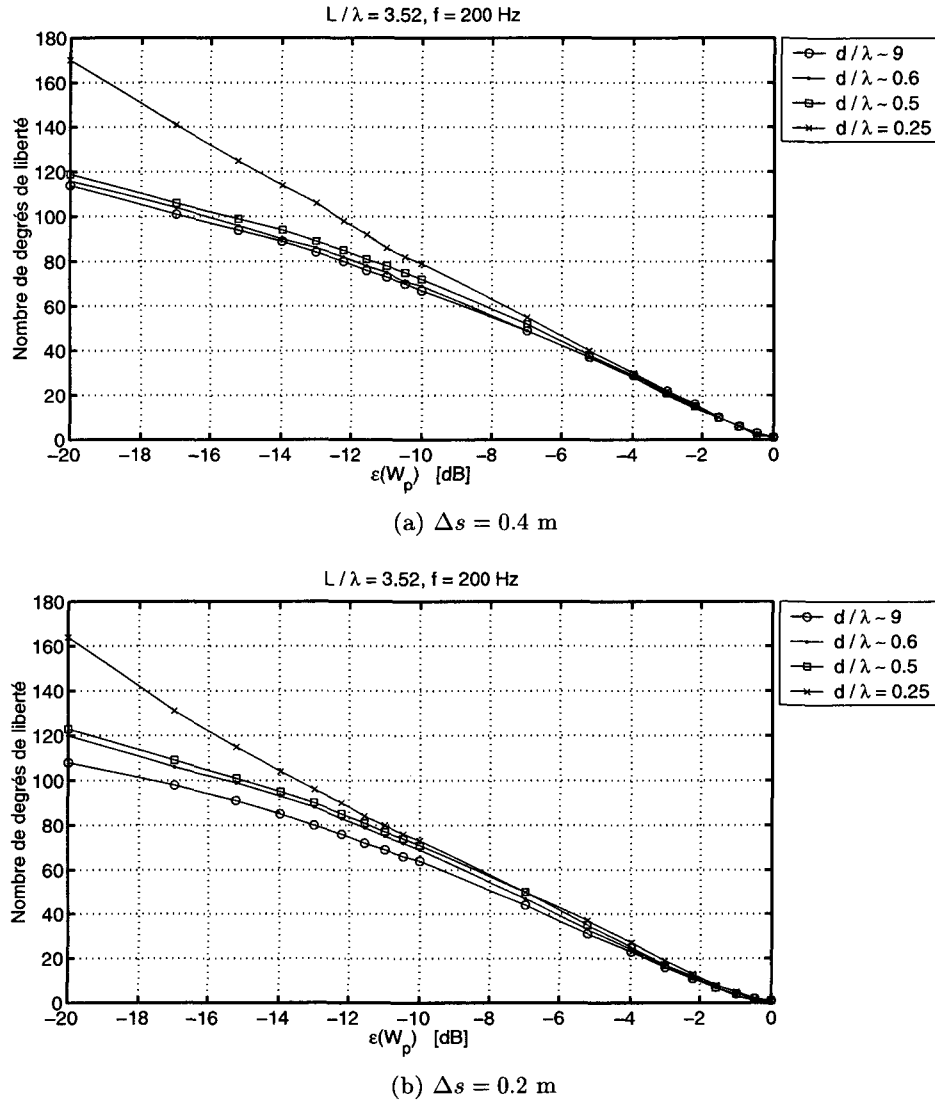


FIG. 4.27 – Evolution du nombre de degrés de liberté en fonction de la précision.

l'erreur commise sur l'estimation du nombre de degrés de liberté lorsque l'on se rapproche reste relativement peu élevée, notamment dans le cas où la précision souhaitée est faible (~ -6 dB). La pente, pour les précisions comprises entre 0 et -10 dB est d'environ 0.15 dB par degré de liberté, ce qui est très faible.

L'étude du cas de ce transformateur a montré que le nombre de degrés de liberté nécessaire est élevé même si la précision souhaitée est faible.

Rappelons simplement que le modèle numérique ne prend pas en compte l'environnement géométrique du transformateur. La présence du sol, de murs proches de la cuve, ou d'une enceinte dans laquelle serait installé le transformateur, peut modifier notablement la structure du champ acoustique rayonné et donc le nombre de degrés de liberté nécessaire.

Par ailleurs, l'étude a été menée en vue de réaliser un contrôle global du champ acoustique, ce qui ne correspond pas nécessairement aux besoins pratiques. Très souvent, les performances ne sont souhaitées que dans quelques directions, correspondant aux positions des habitations des plaignants. La conception d'un système de contrôle directif, destiné à ne contrôler que ces zones là, diminuerait certainement le nombre de degrés de liberté nécessaire.

Pour terminer, il n'est pas évident qu'un nombre élevé de degrés de liberté nécessaire se traduise par un nombre de capteurs et d'actuateurs élevé.

Ces trois dernières remarques montrent que l'apparente complexité observée à travers l'étude de ce cas, ne correspond pas nécessairement à celle du problème pratique. L'installation d'un système de contrôle actif est donc tout à fait réalisable, à la condition de réaliser un contrôle directif. Le transformateur présenté dans ce rapport s'est avéré le plus complexe parmi les trois étudiés dans le cadre du projet. Au contraire, l'étude des deux autres, de taille plus modeste ($L \sim 3$ à 4 m), a fait apparaître une structure de champ acoustique beaucoup plus simple, et donc un nombre nécessaire de degrés de liberté bien plus faible.

Conclusion et perspectives

Le rayonnement acoustique d'une structure vibrante étendue et la propagation du champ acoustique en milieu extérieur mettent en jeu des phénomènes physiques complexes. Certains d'entre eux, comme par exemple ceux présents en champ proche, sont mal connus et leur importance est souvent sous-estimée. Pourtant, leur connaissance et leur compréhension s'avèrent très souvent indispensables pour mener une étude de réduction du bruit d'une installation industrielle sur site. Un des objectifs de ce travail était donc de décrire, comprendre et interpréter les différents phénomènes mis en jeu dans le mécanisme du rayonnement et de la propagation, en mettant l'accent sur les phénomènes liés au champ proche.

La formulation adoptée a permis d'exprimer le problème sous la forme d'un bilan énergétique. Il est réalisé sur des surfaces entourant la source, et situées à différentes distances, chacune d'elles correspondant à un certain éloignement de la surface d'observation par rapport à la surface de la source. La volonté de s'approcher très près de la surface de la source pour observer les phénomènes, et ce quelle que soit sa géométrie, nous a conduit à choisir des surfaces d'observation dont la géométrie est conforme (ou quasi conforme) à celle de la source.

La formulation énergétique adoptée a mis en évidence l'existence de quatre composantes distinctes, liées à différents phénomènes physiques :

- une composante propagative, présente dans tout l'espace extérieur à la source, et seule responsable de la puissance active rayonnée en champ lointain.
- une composante propagative, présente uniquement au voisinage de la surface de la source, participant à des échanges locaux d'énergie.
- deux composantes non-propagatives de même nature et complémentaires, présentes uniquement au voisinage de la surface de la source, l'une correspondant à l'énergie stockée dans le volume délimité par la surface de la source et la surface d'observation, l'autre correspondant à l'énergie qui traverse la surface d'observation, mais qui est ensuite stockée à proximité de la source. La somme de ces deux composantes est égale à la puissance réactive délivrée par la source.

L'ensemble de ces composantes a ensuite permis de délimiter trois zones de l'espace, correspondant à des zones gouvernées majoritairement par une des composantes :

- le champ proche hydrodynamique, zone immédiatement en contact avec la surface de la source, caractérisé par la prédominance des deux composantes non-propagatives, et dont l'extension dépend essentiellement de la nature de la déformée vibratoire et de la fréquence d'excitation.
- le champ proche géométrique, caractérisé par l'influence significative de la composante propagative responsable des échanges locaux d'énergie, et dont l'extension est liée à la dimension caractéristique de la source et à la fréquence d'excitation.
- le champ lointain, où seule subsiste la composante propagative responsable de la puissance rayonnée.

Cette délimitation de l'espace a permis de valider l'hypothèse de simplification du champ acoustique avec la distance, hypothèse importante pour l'approche modale élaborée par la suite.

L'étape suivante a consisté à élaborer une méthode fournissant une aide à la conception et au dimensionnement d'un système de contrôle actif, et permettant, dans une certaine mesure, de prendre en compte le rapprochement des microphones en champ proche de la source. La méthode présentée est basée sur une approche modale du rayonnement acoustique en milieu extérieur. Celle-ci a consisté à exprimer la puissance rayonnée sous la forme d'un ensemble de répartitions de vitesse sur la surface émissive, appelés modes de rayonnement, et qui ont la propriété de rayonner indépendamment les uns des autres.

Les modes de rayonnement ont été obtenus en diagonalisant une forme discrète de l'opérateur de rayonnement, construite de deux manières différentes. L'une, construite à partir de grandeurs uniquement pariétales, a servi de cas de référence, du fait que cet opérateur tient compte de tous les phénomènes présents. L'autre, construite à partir de la vitesse normale à la surface émissive et la pression acoustique sur une surface conforme située à une distance donnée, a permis de modéliser une situation équivalente à celle que percevrait les microphones d'un système de contrôle actif, pour lequel seule la pression acoustique est accessible à la mesure (dans notre cas).

La méthode a tout d'abord été évaluée sur des sources planes rectangulaires bafflées, afin de permettre un grand nombre de tests différents sans être pénalisé par les temps de calculs. L'ensemble des simulations réalisées se divise en deux volets, l'un consacré à l'étude des tendances liées uniquement à la géométrie du problème et à la fréquence d'excitation, l'autre consacré à l'étude des tendances plus particulièrement liées à la nature de la déformée vibratoire de la source.

Outre les tendances déjà bien connues de l'évolution de l'efficacité de rayonnement des modes en fonction de la taille relative de la source, le premier volet a permis de mettre en évidence l'évolution des modes de rayonnement en fonction de la distance d'observation, notamment en champ proche. Les différentes observations ont montré que la puissance rayonnée par les modes tendait à être surestimée, d'autant plus que la distance d'observation est faible, que la structure du mode considéré est complexe, et que la source est petite par rapport à la longueur d'onde acoustique. Ces tendances paraissent être en accord avec la délimitation de l'espace en trois zones effectuée précédemment, dans le sens que l'on retrouve une double dépendance du champ proche, d'une part à la taille de la source et d'autre part à la nature de la déformée, ce qui de fait permettrait de distinguer deux « zones » de champ proche.

Dans le cas pratique d'un système de contrôle actif, ces tendances semblent montrer qu'il doit être possible d'intégrer cette surestimation de la puissance au sein du contrôleur sous la forme d'une pondération, propre à chaque mode, en plus de celle introduite pour tenir compte de l'efficacité de rayonnement de chaque mode.

Le deuxième volet, consacré à la prise en compte de la particularité de la déformée vibratoire de la source, a permis de suivre l'évolution du nombre de degrés de liberté du champ acoustique en fonction de la distance d'observation. Cette évolution a fait apparaître une décroissance très rapide du nombre nécessaire de modes lorsque l'on s'éloigne de la source, si bien que la structure définitive du champ acoustique est atteinte particulièrement près de la source. Par conséquent, la possibilité d'un rapprochement des microphones est envisageable, à condition toutefois de les placer au-delà de la limite où la structure du champ est stabilisée. Nous pensons que cette limite correspond à la limite du champ proche hydrodynamique, où prédominent les effets réactifs.

La méthode a ensuite été testée dans le cas d'un transformateur de puissance de grande taille ($L/\lambda > 3$). Les différentes tendances observées ont montré qu'il n'y a pas de différence

majeure entre le cas d'une source plane et celui d'une source non plane plus complexe, tel qu'un transformateur de puissance. Cependant, dans le cas de celui étudié ici, le nombre nécessaire de degrés de liberté s'est avéré relativement élevé, même dans le cas où la précision souhaitée est peu élevée. Ceci nous pousse à nous interroger sur l'équivalence entre le nombre de degrés de liberté et les nombres d'actuateurs et de capteurs nécessaires. Nous pensons qu'un nombre de degrés de liberté élevé ne se traduit pas nécessairement par un nombre élevé de composants à intégrer dans le système de contrôle actif. Par ailleurs, il faut souligner que l'environnement géométrique du transformateur (murs, sol, enceinte, *etc.*) n'a pas été intégré dans le modèle numérique présenté. Là encore, il est possible que leur prise en compte modifie les caractéristiques du rayonnement de la cuve, et donc le nombre de degrés de liberté nécessaire. Le dimensionnement et la conception d'un système de contrôle actif est réalisé à partir de spécifications précisant l'atténuation du champ acoustique souhaitée, dans la ou les directions des habitations exposées aux nuisances sonores. En pratique, il est rare qu'un contrôle global (dans toutes les directions) soit nécessaire, comme nous l'avons supposé dans le modèle étudié. Dans le cas d'un transformateur rayonnant en milieu extérieur par exemple, il est inutile de contrôler le champ acoustique rayonné vers le haut, qui a priori ne gêne personne. La limitation de la zone de contrôle aux seules directions utiles « facilite » la tâche du contrôleur, du fait que la puissance rayonnée n'est plus nécessairement atténuée mais simplement émise dans d'autres directions. Le cas présenté a supposé un contrôle global, ce qui représente une situation plus complexe que celle qui correspond aux besoins pratiques. Bien que l'exemple de ce transformateur puisse a priori paraître un cas particulièrement difficile à traiter, la prise en compte des remarques ci-dessus rend envisageable l'implémentation d'un système de contrôle directif.

Les trois années durant lesquelles cette thèse a été réalisée, ont également été consacrées à d'autres tâches, qui n'apparaissent pas dans ce document, mais qui ont cependant demandé un travail important. Ces contributions sont d'une part liées aux mesures expérimentales effectuées sur les transformateurs. La construction du modèle numérique du transformateur présenté au § 4.3, a nécessité un relevé précis de la géométrie de la cuve, ainsi que des mesures accélérométriques sur toute sa surface. Ce sont au total trois sites (*cf.* § 1.4) qui ont fait l'objet de campagnes de mesures en vue d'une installation d'un système de contrôle actif. D'importants efforts ont également été réalisés pour faciliter la communication entre les différents logiciels utilisés. Ainsi, nous avons développé une interface entre les logiciels MATLAB et I-DEAS permettant de fiabiliser et d'automatiser la construction du modèle BEM et la gestion des nombreux calculs. Par ailleurs, l'installation et l'optimisation des systèmes de contrôle actif ont nécessité l'étude et le développement de méthodes destinées à l'estimation du nombre et du positionnement des haut-parleurs et des microphones. Les algorithmes mis au point ont contribué à la conception et l'installation du système sur le site de Wezembeek (Belgique), où l'atténuation obtenue est de l'ordre de 10 à 15 dB à 200 Hz, avec une vingtaine de haut-parleurs et une quarantaine de microphones. Une première tentative de placement des microphones en champ proche (géométrique) a été réalisée sur ce site, et s'est avérée concluante.

La recherche présentée dans ce mémoire mérite des suites théoriques et expérimentales sur les points suivants, classés par priorité décroissante :

- étude très approfondie de l'aspect discret du problème en vue d'élaborer une stratégie de positionnement des actuateurs et des capteurs.
- étude des effets de l'environnement direct de la source (sol, murs, *etc.*) sur les modes de rayonnement.
- étude expérimentale visant à permettre l'intégration de la démarche dans la conception et le dimensionnement d'un système de contrôle actif.

Annexe A

La décomposition en valeurs singulières

La décomposition en valeurs singulières (notée SVD de l'anglais *Singular Value Decomposition*) est une technique qui permet d'exprimer une matrice $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ sous la forme :

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T \quad (\text{A.1})$$

où $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_m] \in \mathbb{R}^{m \times m}$ et $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sont des matrices orthogonales qui satisfont par définition $\mathbf{U}^T\mathbf{U} = \mathbf{I}_m$ et $\mathbf{V}^T\mathbf{V} = \mathbf{I}_n$ respectivement. \mathbf{I}_k est la matrice identité de dimension $(k \times k)$ et la notation T désigne l'opérateur de transposition. Les colonnes de la matrice \mathbf{U} (respectivement \mathbf{V}) forment une base orthonormée dans laquelle tout vecteur s'exprime sous la forme d'une combinaison linéaire des vecteurs propres \mathbf{u}_i (respectivement \mathbf{v}_i). $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ est une matrice qui contient dans sa diagonale les valeurs singulières $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ de \mathbf{A} où $p = \min\{m, n\}$ et $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$. L'adimensionnalité des termes des matrices \mathbf{U} et \mathbf{V} implique que les valeurs singulières de \mathbf{S} ont la même dimension que les termes de \mathbf{A} .

Dans le cas d'une matrice complexe $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times n}$, la formulation de la SVD est la même excepté que l'opérateur de transposition est remplacé par celui de transconjugaison noté H . L'unitarité dans \mathbb{C} étant le pendant de l'orthogonalité dans \mathbb{R} , les matrices $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{m \times m}$ et $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ sont dans ce cas des matrices unitaires qui satisfont par définition $\mathbf{U}^H\mathbf{U} = \mathbf{I}_m$ et $\mathbf{V}^H\mathbf{V} = \mathbf{I}_n$ respectivement. La matrice \mathbf{S} conserve dans \mathbb{C} les propriétés précédemment décrites pour une matrice réelle.

La SVD est couramment utilisée pour résoudre tout problème pouvant être posé sous la forme $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ où $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{n \times 1}$ est une solution recherchée et $\mathbf{b} \in \mathbb{C}^{m \times 1}$ est une donnée du problème. Le principal intérêt de cette technique d'inversion matricielle découle de la possibilité de résoudre un système pour lequel $m \neq n$, opération irréalisable en ayant recours à l'inversion matricielle classique. Lorsque $m > n$, le système comporte davantage d'équations que d'inconnues et il est dit surdéterminé. Lorsque $m < n$, le système comporte moins d'équations que d'inconnues et il est dans ce cas sous-déterminé. La solution de tels systèmes n'est pas nécessairement unique, il convient alors de choisir un critère au sens duquel une solution va être recherchée. Il est par exemple possible de rechercher une solution qui minimise une norme de la forme $\|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_p$ avec un choix de p approprié. La SVD se trouve être une technique permettant la résolution du problème de minimisation au sens des moindres carrés pour lequel $p = 2$. Un développement détaillé des propos précédents peut être obtenu en consultant [27] (Golub et Van Loan).

Le rang d'une matrice \mathbf{A} est défini par le nombre de vecteurs ligne ou colonne linéairement indépendants qui la composent. Deux vecteurs \mathbf{x} et $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{n \times 1}$ sont linéairement indépendants si leur produit scalaire est nul, soit $\mathbf{x}^H\mathbf{y} = 0$. Suivant la nature du problème et la précision de la machine utilisée, la matrice \mathbf{A} peut dans certains cas comporter des lignes ou des colonnes presque égales.

La SVD se trouve être particulièrement bien adaptée à la détermination du rang dans le cas de matrices qui comportent un certain nombre de vecteurs linéairement dépendants. Cette dernière propriété est décisive dans le choix de la SVD pour étudier le phénomène de simplification du champ acoustique avec la distance.

Remarque : Les valeurs singulières d'une matrice $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times n}$ sont égales aux racines carrées des valeurs propres de la matrice carrée $\mathbf{A}^H \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Dans ce cas, \mathbf{V} contient les vecteurs propres de $\mathbf{A}^H \mathbf{A}$ et \mathbf{U} contient ceux de $\mathbf{A} \mathbf{A}^H$. La décomposition de $\mathbf{B} = \mathbf{A}^H \mathbf{A}$ s'écrit alors :

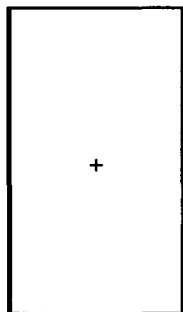
$$\mathbf{B} = \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}^T \quad (\text{A.2})$$

où $\mathbf{Q} \equiv \mathbf{V}$. La matrice $\mathbf{\Lambda} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ contient dans sa diagonale les valeurs propres de $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ définies ci-dessus. Une démonstration des propos précédents est disponible dans [26] (Golub et Meurant).

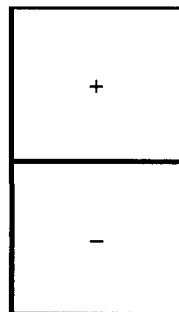
Annexe B

Structure des modes de rayonnement d'une source plane

Cette annexe présente quelques modes de rayonnement d'une surface plane rectangulaire, utilisés tout au long des chapitres 3 et 4.



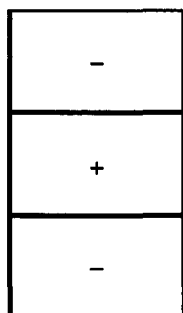
(a) mode (0,0)



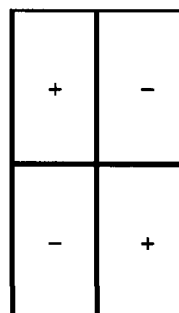
(b) mode (0,1)



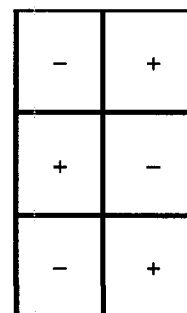
(c) mode (1,0)



(d) mode (0,2)



(e) mode (1,1)



(f) mode (1,2)

FIG. B.1 – Structure de quelques modes de rayonnement d'une source plane

Annexe C

Structure des modes de rayonnement du transformateur

Cette annexe présente quelques modes de rayonnement du transformateur étudié au § 4.3. Ils sont issus de la décomposition en valeurs singulières de l'opérateur \mathbf{F} , construit à partir du modèle de cuve maillé avec un pas $\Delta s = 0.2$ m et la surface d'observation la plus éloignée de la source ($d = 16$ m). L'indice d'un mode correspond à son ordre d'apparition dans la décomposition.

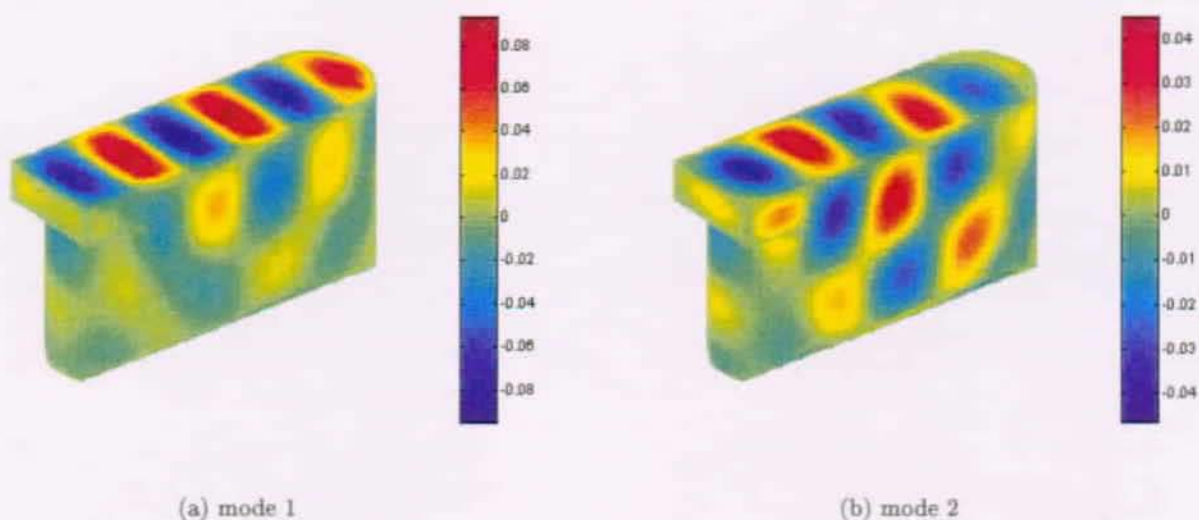


FIG. C.1 – Structure de quelques modes de rayonnement du transformateur

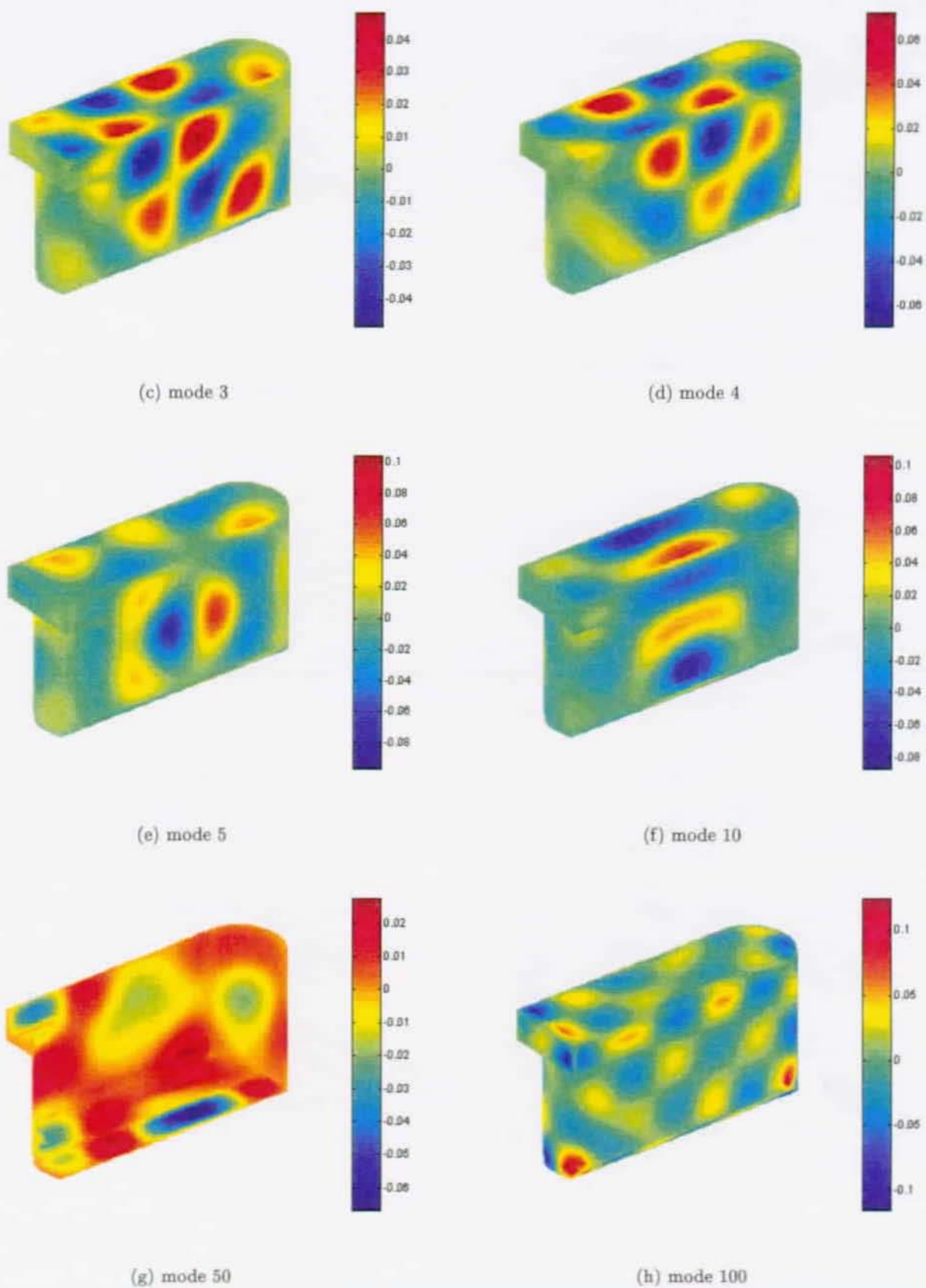


FIG. C.1 – Structure de quelques modes de rayonnement du transformateur (suite)

Bibliographie

- [1] O.L. Angevine. The prediction of transformer noise. *Sound and Vibration*, 28(10) :16–18, 1994.
- [2] K.H. Baek and S.J. Elliott. Natural algorithms for choosing source locations in active control systems. *J. Sound. Vib.*, 186(2) :245–267, 1995.
- [3] A. Berry, X. Qiu, and C.H. Hansen. Near-field sensing strategies for the active control of the sound radiated from a plate. *J. Acoust. Soc. Am.*, 106(6) :3394–3406, 1999.
- [4] Y.I. Bobrovnitskii. A relationship between the radiation impedance and the complex power flux of a finite radiator. *Acoust. Phys.*, 43(5) :610–611, 1997.
- [5] Y.I. Bobrovnitskii. A physical model and the near-field characteristics of a multipole. *Acoust. Phys.*, 44(1) :6–14, 1998.
- [6] G.V. Borgiotti. The power radiated by a vibrating body in an acoustic fluid and its determination from boundary measurements. *J. Acoust. Soc. Am.*, 88(4) :1884–1893, 1990.
- [7] G.V. Borgiotti and K.E. Jones. The determination of the acoustic far field of a radiating body in an acoustic fluid from boundary measurements. *J. Acoust. Soc. Am.*, 93(5) :2788–2797, 1993.
- [8] G.V. Borgiotti and K.E. Jones. Frequency independence property of radiation spatial filters. *J. Acoust. Soc. Am.*, 96(6) :3516–3524, 1994.
- [9] G.V. Borgiotti and E.M. Rosen. The determination of the far field of an acoustic radiator from sparse measurement samples in the near field. *J. Acoust. Soc. Am.*, 92(2) :807–818, 1992.
- [10] G.V. Borgiotti, A. Sarkissian, E.G. Williams, and L. Schuetz. Conformal generalized near-field acoustic holography for axisymmetric geometries. *J. Acoust. Soc. Am.*, 88(1) :199–209, 1990.
- [11] M. Bruneau. *Manuel d'acoustique fondamentale*. Hermès, 1998.
- [12] F. Chatelin. *Valeurs propres de matrices*. Masson, 1988.
- [13] P.T. Chen. Elucidation of the relationship between complex acoustic power and radiation efficiency for vibrating bodies. *J. Acoust. Soc. Am.*, 106(5) :2417–2423, 1999.
- [14] P.T. Chen and J.H. Ginsberg. Complex power, reciprocity, and radiation modes for submerged bodies. *J. Acoust. Soc. Am.*, 98(6) :3343–3351, 1995.
- [15] W.B. Conover and R.J. Ringlee. Recent contributions to transformer audible noise control. *Transactions of the AIEE Part III power apparatus and systems*, 74 :77–90, 1955.
- [16] A. Coquard. Le bruit des transformateurs : ses paramètres, les moyens de le réduire à la source. *Revue Générale de l'Electricité*, 78(2) :179–194, 1969.
- [17] R. Courant and D. Hilbert. *Methods of mathematical physics*, volume 1. Wiley-Interscience, 1953.
- [18] S.E. Craig and O.L. Angevine. Active control of hum from large power transformers - the real world. *Proceedings of the Second Conference on Recent Advances in Active Control of Sound and Vibration*, pages 279–290, 1993.

- [19] K.A. Cunefare and M.N. Currey. On the exterior acoustic radiation modes from structures. *J. Acoust. Soc. Am.*, 96(4) :2302–2312, 1994.
- [20] K.A. Cunefare, M.N. Currey, M.E. Johnson, and S.J. Elliott. The radiation efficiency grouping of free-space acoustic radiation modes. *J. Acoust. Soc. Am.*, 109(1) :203–215, 2001.
- [21] K.A. Cunefare and G.H. Koopmann. A boundary element approach to optimization of active noise control sources on three-dimensional structures. *Journal of Vibration and Acoustics*, 113 :387–394, 1991.
- [22] M.N. Currey and K.A. Cunefare. The radiation modes of baffled finite plates. *J. Acoust. Soc. Am.*, 98(3) :1570–1580, 1995.
- [23] P. De Fonseca, P. Sas, and H. Van Brussel. A comparative study of methods for optimising sensor and actuator locations in active control applications. *J. Sound. Vib.*, 221(4) :651–679, 1999.
- [24] S.J. Elliott and M.E. Johnson. Radiation modes and the active control of sound power. *J. Acoust. Soc. Am.*, 94(4) :2194–2204, 1993.
- [25] F.J. Fahy. *Sound intensity*. Elsevier Applied Science, 1989.
- [26] G.H. Golub and G.A. Meurant. *Résolution numérique des grands systèmes linéaires*. Eyrolles, 1983.
- [27] H.G. Golub and C.F. Van Loan. *Matrix computations*. The John Hopkins University Press, 1983.
- [28] P.C. Hansen. Computation of the singular value expansion. *Computing*, 40 :185–199, 1988.
- [29] P.C. Hansen. Numerical tools for analysis and solution of Fredholm integral equations of the first kind. *Inverse Problems*, 8 :849–872, 1992.
- [30] G. Hübner. Analysis of errors in measuring machine noise under free-field conditions. *J. Acoust. Soc. Am.*, 54(4) :967–977, 1973.
- [31] N. Hesselmann. Investigation of noise reduction on a 100 kVA transformer tank by means of active methods. *Applied Acoustics*, 11 :27–34, 1978.
- [32] K.R. Holland and F.J. Fahy. An investigation into spatial sampling criteria for use in vibroacoustic reciprocity. *Noise Control Engineering Journal*, 45(5) :217–221, 1997.
- [33] C.I. Holmer. Investigation of procedures for estimation of sound power in the free field above a reflecting plane. *J. Acoust. Soc. Am.*, 61(2) :465–475, 1977.
- [34] M.J.M. Jessel and O.L. Angevine. Active acoustic attenuation of a complex noise source. *Proceedings of Internoise 80*, pages 689–694, 1980.
- [35] M.E. Johnson and S.J. Elliott. Active control of sound radiation using volume velocity cancellation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 98(4) :2174–2186, 1995.
- [36] S.I. Konyaev and M.V. Fedoryuk. Spherical Huygens surfaces and their discrete approximation. *Sov. Phys. Acoust.*, 33(6) :622–625, 1987.
- [37] S.I. Konyaev, V.I. Lebedev, and M.V. Fedoryuk. Discrete approximation of spherical and ellipsoidal Huygens surfaces. *Sov. Phys. Acoust.*, 25(6) :500–503, 1979.
- [38] C. Lesueur. *Rayonnement acoustique des structures. Vibroacoustique, interactions fluide-structure*. Eyrolles, 1988.
- [39] J.A. Mann, III, J. Tichy, and A.J. Romano. Instantaneous and time-averaged energy transfer in acoustic fields. *J. Acoust. Soc. Am.*, 82(1) :17–30, 1987.
- [40] T. Martin and A. Roure. Optimization of an active noise control system using spherical harmonics expansion of the primary field. *J. Sound. Vib.*, 201(5) :577–593, 1997.

- [41] T. Martin and A. Roure. Active noise control of acoustic sources using spherical harmonics expansion and a genetic algorithm :simulation and experiment. *J. Sound. Vib.*, 212(3) :511–523, 1998.
- [42] R.S. Ming, J. Pan, M.P. Norton, and M. Teh. The passive control of tonal sound radiation from vibrating structures. *Applied Acoustics*, 60(3) :313–326, 2000.
- [43] R.S. Ming, J. Pan, M.P. Norton, S. Wende, and H. Huang. The sound-field characterisation of a power transformer. *Applied Acoustics*, 56 :257–272, 1999.
- [44] P.M. Morse and H. Feshbach. *Methods of theoretical physics*, volume 1. McGraw-Hill, 1953.
- [45] K. Naghshineh, W. Chen, and G.H. Koopmann. Use of acoustic basis functions for active control of sound power radiated from a cylindrical shell. *J. Acoust. Soc. Am.*, 103(4) :1897–1903, 1998.
- [46] K. Naghshineh and G.H. Koopmann. Active control of sound power using acoustic basis functions as surface velocity filters. *J. Acoust. Soc. Am.*, 93(5) :2740–2752, 1993.
- [47] P.A. Nelson, A.R.D. Curtis, S.J. Elliott, and A.J. Bullmore. The minimum power output of free field point sources and the active control of sound. *J. Sound. Vib.*, 116(3) :397–414, 1987.
- [48] P.A. Nelson and S.J. Elliott. *Active control of sound*. Academic Press, 1992.
- [49] D.M. Photiadis. The relationship of singular value decomposition to wave-vector filtering in sound radiation problems. *J. Acoust. Soc. Am.*, 88(2) :1152–1159, 1990.
- [50] X. Qiu and C.H. Hansen. Secondary acoustic source types for active noise control in free field : monopoles or multipoles ? *J. Sound. Vib.*, 232(5) :1005–1009, 2000.
- [51] C.F. Ross. Experiments on the active control of transformer noise. *J. Sound. Vib.*, 61(4) :473–480, 1978.
- [52] A. Sarkissian. Acoustic radiation from finite structures. *J. Acoust. Soc. Am.*, 90(1) :574–578, 1991.
- [53] W.M. Schuller. Transformer noise. *Noise Contr. Eng.*, 18(3) :111–116, 1982.

Olivier SCHEVIN
Chemin de Noirmont 13
1004 LAUSANNE (SUISSE)
Tél. 00 41 21 693 26 69
27 ans - célibataire
Dégagé des obligations militaires



FORMATION

- Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) - Suisse 1997-2001
Thèse de doctorat « Contribution à l'étude des modes de rayonnement acoustique d'une structure », effectuée au Laboratoire d'électromagnétisme et d'acoustique (LEMA)
- Université Paul Sabatier - Faculté des sciences de Toulouse 1996
Diplôme d'Etudes Approfondies (DEA) d'acoustique
- Université Nice Sophia Antipolis - Faculté des sciences de Nice 1991-1995
Maîtrise d'Electronique Electrotechnique Automatique (EEA)
Licence d'Electronique Electrotechnique Automatique (EEA)
Diplôme d'Etudes Universitaires Générales (DEUG)
de sciences physiques pour l'ingénieur

EXPERIENCE PROFESSIONNELLE

- Société SIEMENS AUTOMOTIVE S.A. - Toulouse 1996
Stage de DEA au service développement : 4 mois
Sujet : - étude de la bruyance des relais d'un calculateur destiné à l'automobile.
Objectifs : - réduction du niveau de bruit émis dans l'habitacle du véhicule.
- proposition de solutions réalisables industriellement.
- Société TEXAS INSTRUMENTS France - Villeneuve Loubet (Alpes maritimes) 1995
Stage au service applications microcontrôleurs : 1 mois
Développement d'un programme en C réalisant le paramétrage de routines de test spécifiques aux microcontrôleurs Texas TMS370.
- Société ARPEGE Son & Lumière - St Laurent du var (Alpes maritimes) 1994
Stage au service de maintenance du matériel de sonorisation. 1 mois

LANGUES

Anglais : Lu, écrit, parlé.
Allemand : Notions.

DIVERS

- Informatique : bonnes connaissances en langage C, MATLAB, ANSYS.
maîtrise du module « RAYON Vibroacoustics » intégré au logiciel IDEAS.
notions de programmation en assembleur (Motorola 68000 et Texas TMS370).
- Sport : surf hors-piste, randonnée, VTT, voile.
- Musique : rock, jazz, musique électronique, pratique de la percussion africaine.